

148

F

نام :

نام خانوادگی :

محل امضاء :



148F

صبح جمعه

۹۲/۱۲/۱۶

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی**  
**دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل**  
**سال ۱۳۹۳**

**مجموعه مهندسی برق (۳)**  
**مخابرات (سیستم) (کد ۲۳۰۳)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (تحلیل سیستم‌ها - مخابرات پیشرفته - فرایندهای تصادفی)	۴۵	۱	۴۵

اسفندماه سال ۱۳۹۲

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین براین مقررات رفتار می‌شود.

سیگنال  $x(t)$  حقیقی و فرد بوده و  $X(j\omega)$  تبدیل فوریه آن است. در مورد

عبارت  $A = \int_{-\infty}^{\infty} X^2(j\omega) d\omega$  کدام گزاره درست است؟

(۱)  $A < 0$  حقیقی است و

(۲)  $A > 0$  حقیقی است و

(۳)  $A$  مختلط است.

(۴) بدون داشتن  $x(t)$ ، نمی‌توان در مورد علامت  $A$  اظهار نظر کرد.

رابطه‌ی ورودی - خروجی سیستمی به صورت  $y(t) = \int_{t-3}^{t-1} x(\tau) d\tau$  است.

پاسخ فرکانسی این سیستم برابر است با:

$$(1) \frac{\sin 2\omega}{2\omega}$$

$$(2) e^{j\omega} \frac{\sin \omega}{2\omega}$$

$$(3) 2e^{-j2\omega} \frac{\sin \omega}{\omega}$$

(۴) برای چنین سیستمی نمی‌توان پاسخ فرکانسی تعریف کرد.

عکس تبدیل فوریه  $X(j\omega) = \frac{e^{(2-j)\omega}}{2-j\omega}$  کدام است؟

$$(1) e^{-2t}u(t-1) \quad (2) e^{2t}u(-t+1)$$

$$(3) e^{-2(t-1)}u(t-1) \quad (4) e^{2(t-1)}u(-t+1)$$

یک سیستم با رابطه ورودی - خروجی  $y[n] = \begin{cases} 0 & n < 0 \\ x[n^2] + x[n-2] & n \geq 0 \end{cases}$

است. کدام خصوصیات در مورد  $S$  صادق است؟

(۱) علی، تغییرپذیر با زمان و غیرخطی (۲) علی - تغییرناپذیر با زمان و غیرخطی

(۳) غیر علی، تغییرناپذیر با زمان و خطی (۴) غیر علی، تغییرپذیر با زمان و خطی

رابطه ورودی - خروجی یک سیستم به صورت:

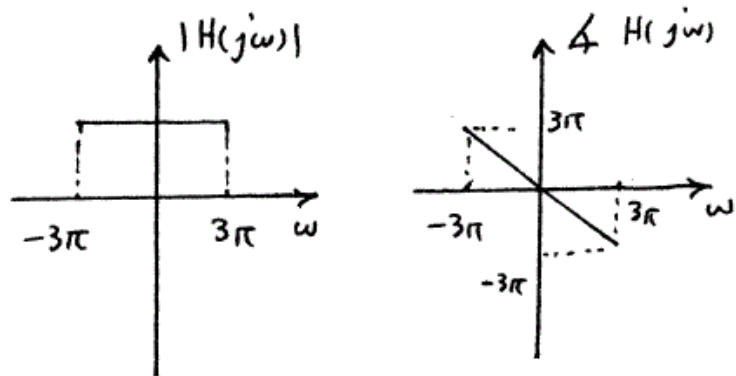
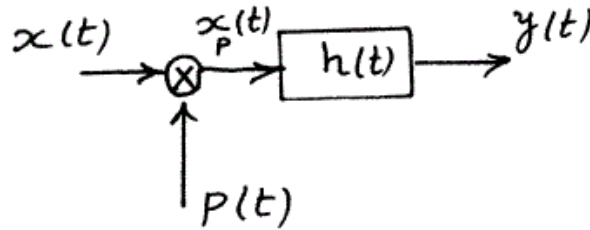
$$y(t) = \int_{-\infty}^{t+1} e^{-4|t-\tau|} x(\tau-2) d\tau$$

است. این سیستم:

(۱) علی و پایدار است. (۲) علی و ناپایدار است.

(۳) غیر علی و پایدار است. (۴) غیر علی و ناپایدار است.

۶- در سیستم شکل زیر فرض کنید  $p(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$  و  $x(t) = \frac{\sin 4\pi t}{\pi t}$  و  $H(j\omega)$  مطابق با شکل می باشد. خروجی سیستم در لحظه  $t = 1$  برابر است با:



- (۱) صفر  
(۲) ۴  
(۳) ۱۲  
(۴) ۴\pi

۷- یک فیلتر FIR با پاسخ ضربه  $h[n]$  و تابع تبدیل  $H(\Omega) = |H(\Omega)|e^{j\theta(\Omega)}$  مفروض است. می دانیم که  $h[n]$  تابعی حقیقی بوده و در بازه  $n < 0$  و  $n \geq N$  برابر با صفر است. اگر  $h[n] = -h[N-1-n]$  باشد، آنگاه فاز تابع تبدیل این فیلتر برابر است با:

(۱)  $\theta(\Omega) = -\left(\frac{N}{2}\right)\Omega$   
(۲)  $\theta(\Omega) = -\left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega$

(۳)  $\theta(\Omega) = \pi - \left(\frac{N}{2}\right)\Omega$   
(۴)  $\theta(\Omega) = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{N-1}{2}\right)\Omega$

۸- یک سیستم LTI گسسته و پایدار با معادله تفاضلی زیر توصیف می شود:

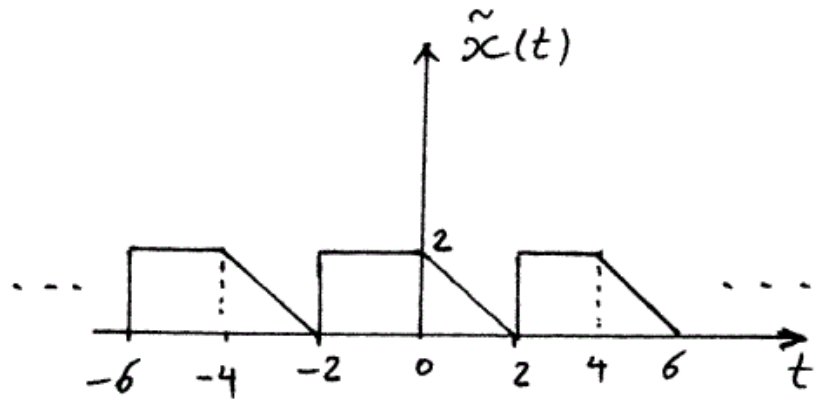
$$3y[n] + y[n-1] + y[n-2] + y[n-3] + y[n-4] = x[n-1] + x[n-2] + x[n-4]$$

پاسخ این سیستم به ورودی  $x[n] = (-1)^n$  برابر است با:

(۱)  $\left(-\frac{1}{5}\right)^n$   
(۲)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^n$

(۳)  $\frac{1}{5}(-1)^n$   
(۴)  $\frac{1}{3}(-1)^n$

۹- اگر ضرایب سری فوریه سیگنال  $\tilde{x}(t)$  در شکل زیر را با  $a_k$  نشان دهیم، و  $\tilde{y}(t)$  سیگنال متناوب با دوره تناوب  $T = 4$  و با ضرایب سری فوریه به صورت  $b_k \triangleq \begin{cases} a_k, & \text{زوج } k \\ -a_k, & \text{فرد } k \end{cases}$  در  $t = 3$  تعریف شود، در این صورت مقدار  $\tilde{y}(t)$  چقدر است؟



$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} & \textcircled{1} \\ \frac{1}{2} & \textcircled{2} \\ 2 & \textcircled{3} \\ 2 & \textcircled{4} \end{array}$$

۱۰- یک سیستم پیوسته علی به صورت  $y'(t) - ay(t) = x(t - T)$  را در نظر بگیرید که  $T$  مقدار ثابت و مثبتی است. اگر با تقریب

$$y[n] \triangleq y(nT) \quad \text{و} \quad y'(t) \Big|_{t=nT} \simeq \frac{y((n+1)T) - y(nT)}{T}$$

$x[n] \triangleq x(nT)$  سیستم پیوسته فوق را با یک سیستم گسسته با رابطه ورودی خروجی میان  $x[n]$  و  $y[n]$  تقریب بزیم، تبدیلی که قطب‌های سیستم پیوسته در صفحه  $S$  را به قطب‌های صفحه  $Z$  سیستم گسسته تقریبی می‌برد کدام تبدیل زیر است؟

$$\begin{array}{ll} Z = 1 + asT & \textcircled{1} \quad Z = (1 + sT) \\ Z = e^{-asT} & \textcircled{2} \quad Z = e^{-sT} \\ Z = e^{-asT} & \textcircled{3} \quad Z = e^{-sT} \\ Z = e^{-asT} & \textcircled{4} \quad Z = e^{-sT} \end{array}$$

۱۱- تابع تبدیل دو سیستم LTI پیوسته با رابطه  $H_2(s) = e^{-fs} H_1(-2s)$  به هم مربوط است. در مورد این دو سیستم کدام گزاره درست است؟

- ۱) دو سیستم وارون یکدیگر هستند.
- ۲) هر دو سیستم پایدار هستند و یا هر دو ناپایدار.
- ۳) هر دو سیستم سببی هستند و یا هر دو غیر سببی.
- ۴) هر دو سیستم حافظه‌دار هستند و یا هر دو بی‌حافظه.

$$-12 \quad \text{یک سیستم LTI و پایدار پیوسته با معادله } y(t) = \int_{-\infty}^t (x(\lambda) + ay(\lambda)) d\lambda$$

توصیف می‌شود. در مورد این سیستم کدام گزاره درست است؟ (a عددی حقیقی است)

- (۱) این سیستم همواره سببی است.  
 (۲) این سیستم همواره غیرسببی است.  
 (۳) این سیستم برای  $a < 0$  سببی است.  
 (۴) این سیستم برای  $a > 0$  سببی است.

$$-13 \quad \text{مقدار انتگرال } \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\delta'(t)dt \text{ برابر است با:}$$

- (۱)  $\phi(0)$   
 (۲)  $-\phi(0)$   
 (۳)  $\phi'(0)$   
 (۴)  $-\phi'(0)$

-14 پاسخ ضربه‌ی یک سیستم LTI علی برابر  $h[n]$  و تبدیل  $z$  آن  $H(z)$  است.

$$\text{اگر } H(z) = \frac{2 + 6z^{-1}}{4 - 2z^{-2} + 13z^{-3}}$$

باشد،  $h[1]$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲)  $\frac{2}{3}$   
 (۳)  $\frac{8}{15}$   
 (۴)  $\frac{1}{2}$

-15 اگر تابع  $\phi[n]$  به صورت  $\phi[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]h[k+n]$  تعریف شود، و

تبدیل فوریۀ  $\phi[n]$  را  $\Phi[e^{j\Omega}]$  بنامیم، در صورتی که

$$\Phi[e^{j\Omega}] = \frac{4 \cos(\Omega) + 5}{6 \cos(\Omega) + 10}$$

صدق نموده و پاسخ ضربه یک سیستم علی و پایدار نیز می‌باشد (تبدیل  $z$  داده

شده در جواب تبدیل  $z$  تابع  $h[n]$  موردنظر است)

$$(1) \quad \frac{1+3z}{1+2z}$$

$$(3) \quad \frac{1+\frac{1}{3}z}{1+3z}$$

$$(4) \quad \frac{\frac{1}{2}+z}{\frac{1}{3}+z}$$

$$(2) \quad \frac{1+2z}{1+3z}$$

۱۶- فرض کنید بخواهیم اطلاعاتی را با نرخ  $10 \frac{\text{ksym}}{\text{s}}$  توسط کاربری با سرعت  $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  که از مدولاسیون ۱۶QAM استفاده می‌کند از کانال فیزیکی که میزان **Multipath spread** آن برابر  $10^{-6}$  و اندازه **Doppler Spread** آن  $20 \text{ Hz}$  است ارسال نماییم. کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

- (۱) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و سریع می‌باشد.
- (۲) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و آهسته می‌باشد.
- (۳) کانال از نوع غیر انتخابی فرکانسی و سریع می‌باشد.
- (۴) کانال از نوع انتخاب فرکانسی و آهسته می‌باشد.

۱۷- در یک کانال فیدینگ رایلی تخت و همراه با نویز گوسی جمع شونده از یک گیرنده با ۴ شاخه دایورسیتی مستقل استفاده می‌شود. اگر برای توان ارسالی برابر  $5 \text{ watt}$  احتمال خطای گیرنده بهینه برای ارسال باینری در این حالت برابر  $10^{-4}$  باشد، توان فرستنده تقریباً چند وات باید باشد تا احتمال خطا برابر  $10^{-7}$  شود؟

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

(۴) ۶۲۵

(۳) ۵۰

۱۸- فرض کنید سیگنال دریافتی در ورودی آشکارساز بهینه **Symbol-by-symbol** به صورت  $r_k = I_k + \alpha I_{k-1} + n_k$  که  $n_k$  نویز جمع شونده گوسی با واریانس  $\sigma^2$  بوده و  $\alpha$  یک متغیر تصادفی با مقادیر  $\{0, \frac{1}{2}\}$  و با احتمال‌های برابر باشد. با فرض معلوم بودن  $\alpha$  درگیرنده میانگین احتمال خطا چه میزان خواهد بود؟

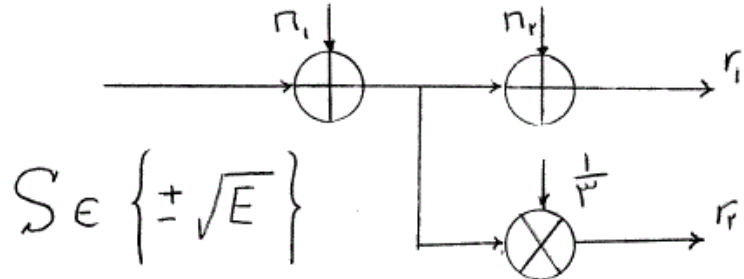
(۱)  $Q\left(\frac{1}{\sigma}\right)$

(۲)  $Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right)$

(۳)  $\frac{1}{2} \left[ Q\left(\frac{3}{2\sigma}\right) + Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right) \right]$

(۴)  $\frac{1}{2} Q\left(\frac{1}{\sigma}\right) + \frac{1}{4} \left[ Q\left(\frac{3}{2\sigma}\right) + Q\left(\frac{1}{2\sigma}\right) \right]$

۱۹- در سیستم مخابراتی زیر با فرض اینکه سمبول‌های ورودی هم احتمال و نویزهای  $n_1$  و  $n_2$  گوسی و مستقل با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  فرض گردند احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟



$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{3E}{\sigma^2}}\right) \quad (2)$$

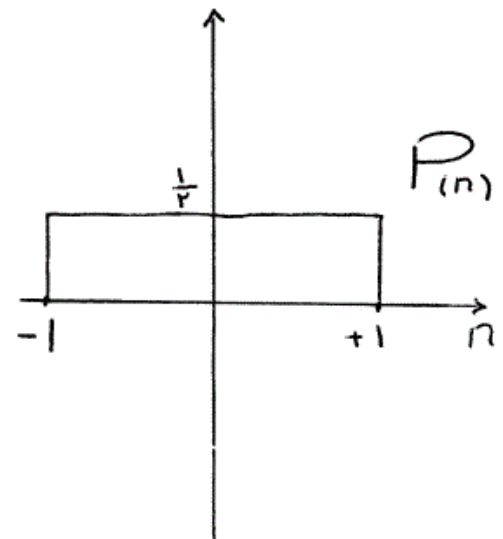
$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{3\sigma^2}}\right) \quad (1)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E}{\sigma^2}}\right) \quad (4)$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E}{\sigma^2}}\right) \quad (3)$$

۲۰- فرض کنید سمبول‌های  $S \in \{-2, -1, 1, 3\}$  با احتمالات ذکر شده در جدول زیر به طور مستقیم از یک کانال با نویز جمع شونده با تابع چگالی احتمال زیر عبور کرده و سیگنال  $r = S + n$  در گیرنده دریافت می‌گردد. احتمال خطای آشکار ساز بهینه کدام است؟

سمبول S	احتمال وقوع
-۲	$\frac{3}{8}$
-۱	$\frac{1}{4}$
۱	$\frac{1}{4}$
۳	$\frac{1}{8}$



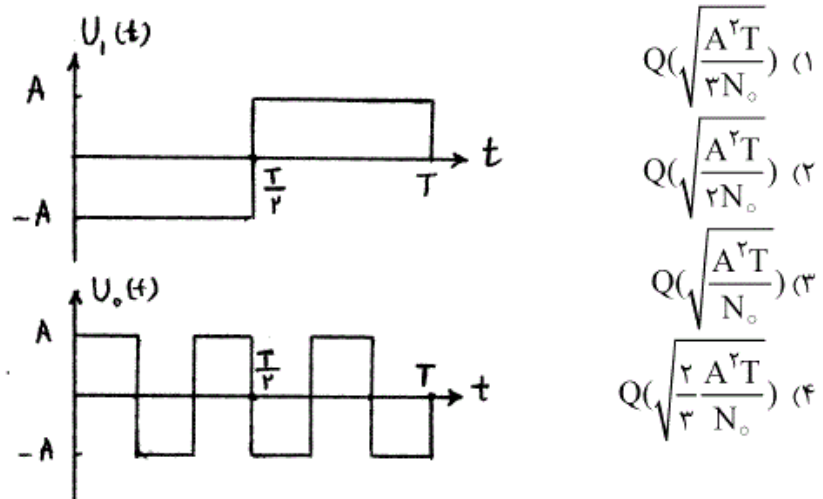
$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{16} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

۲۱- فرض کنید سیگنال  $S_m(t) = U_m(t) \cos(2\pi f_c t + \theta)$  برای ارسال یک بیت  $m \in \{0, 1\}$  به کار می‌رود که در آن شکل موج‌های  $U_1(t)$  و  $U_0(t)$  به صورت زیر است: این سیگنال از یک کانال AWGN عبور می‌کند که در آن نویز با میانگین صفر و چگالی طیف توان  $\frac{N_0}{2}$  وجود دارد. احتمال خطای گیرنده بهینه کدام است؟ فرض کنید که  $f_c T \gg 1$  می‌باشد.



۲۲- در شکل زیر یک مدل گسسته - زمان از یک سیستم مخابراتی نشان داده شده است.  $w[n]$  یک نویز گوسی سفید با تابع خود همبستگی

$$r_w(k) = \frac{N_0}{2} \delta[k]$$

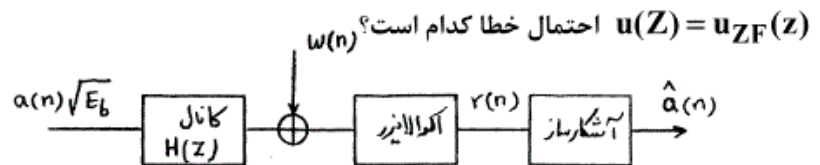
نیاز به صورت زیر است:

$H(z) = 1 + \mu z^{-1}$ ،  $0 < \mu < \frac{1}{2}$  داده ارسالی به صورت یک دنباله از سمبل‌های i.i.d با مقادیر  $a(n) = \pm 1$  با احتمال یکسان مدل شده است. آشکار

$$\hat{a}(n) = \begin{cases} 1 & r(n) \geq 0 \\ -1 & r(n) < 0 \end{cases}$$

ساز به صورت روبه‌رو تصمیم‌گیری می‌کند:

اگر از اکولایزر خطی با معیار Zero-Forcing استفاده شود یعنی



$$\frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu^2)}\right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu)}\right) + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1+\mu)}\right) \quad (2)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}(1-\mu^2)}\right) \quad (3)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (4)$$



۲۳- از شکل موج‌های هم احتمال زیر برای ارسال بر روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان  $\frac{N_0}{4}$  استفاده شده است.

$$\begin{cases} s_1(t) = 0 & 0 \leq t \leq T \\ s_2(t) = \sqrt{\frac{E}{T}} & 0 \leq t \leq T \end{cases}$$

درگیرنده به جای استفاده از یک فیلتر منطبق از فیلتر زیر بهره گرفته شده است:

$$h(t) = \begin{cases} e^{-\frac{t}{T}} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

اگر  $y_T$  نمایانگر مقدار خروجی این فیلتر در لحظات نمونه برداری  $t = T$  باشد تصمیم‌گیری در آشکارساز به صورت زیر انجام می‌گیرد:

$$y_T < b \Rightarrow s_1(t) \text{ انتخاب شود}$$

$$y_T \geq b \Rightarrow s_2(t) \text{ انتخاب شود}$$

که  $b > 0$  یک سطح آستانه است. چه مقداری از  $b$  احتمال خطا را کمینه می‌کند؟

$$(1) \quad \frac{1}{2} \sqrt{ET}(1 - e^{-1}) \quad (2) \quad \sqrt{ET}(1 - e^{-1})$$

$$(3) \quad \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E}{T}} \quad (4) \quad \frac{1}{2} E$$

۲۴- سه پیام  $m_1$  و  $m_2$  و  $m_3$  با شکل موج‌های زیر باید از طریق یک کانال AWGN با چگالی طیف توان نویز  $\frac{N_0}{4}$  ارسال گردند.

$$S_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases} \quad S_2(t) = -S_3(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -1 & \frac{1}{2}T \leq t \leq T \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

در صورت هم احتمال بودن سمبول‌ها، احتمال خطای سمبول آشکارساز بهینه کدام است؟

$$(1) \quad P_e = 2Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right)$$

$$(2) \quad P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right)$$

$$(3) \quad P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{2}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right)$$

$$(4) \quad P_e = \frac{4}{3}Q\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right) + \frac{1}{3}Q\left(\sqrt{\frac{2T}{N_0}}\right) - \frac{2}{3}Q^2\left(\sqrt{\frac{T}{N_0}}\right)$$

-۲۵

مجموعه‌ای از  $M$  سیگنال حقیقی هم انرژی با شرایط زیر مفروض است:

$$\bar{S}_i \cdot \bar{S}_j = \begin{cases} E, & i = j \\ \rho E, & i \neq j \end{cases}$$

به طوریکه  $\rho$  ضریب هم‌بستگی بوده و این مجموعه سیگنال‌ها را «با هم بستگی یکسان» می‌نامند. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) مقدار  $\rho$  می‌تواند برابر  $-\frac{1}{M-1}$  باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

(۲) مقدار  $\rho$  می‌تواند برابر  $-\frac{1}{M-1}$  باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

(۳) مقدار  $\rho$  می‌تواند برابر  $(1 - \frac{1}{M-1})$  باشد که در مجموعه سیگنال‌های Simplex حاصل می‌شود.

(۴) مقدار  $\rho$  می‌تواند برابر  $(1 - \frac{1}{M-1})$  باشد که در مجموعه سیگنال‌های Biorthogonal حاصل می‌شود.

-۲۶

در یک سیستم PAM باینری سیگنال ساعت (clock) که تعیین کننده زمان نمونه‌برداری از خروجی همبسته ساز است  $10\%$  انحراف دارد. در صورتی که پالس سیگنال مورد استفاده مربعی باشد در یک کانال AWGN با چگالی طیف

توان نویز  $\frac{N_0}{2}$  احتمال خطای سمبول با فرض سمبول‌های هم احتمال چیست؟

(A) دامنه پالس سیگنال مورد استفاده است.

$$Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{A^2 T}{N_0}}\right) \quad (1)$$

$$Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2A^2 T}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\left(\frac{9}{10}\right)^2 \frac{2A^2 T}{N_0}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2A^2 T}{N_0}}\right) \quad (4)$$

۲۷- فرض کنید هدف ارسال یک سیگنال با پهنای باند  $25\text{kHz}$  با روش M-PAM می باشد. برای این منظور سیگنال با نرخ نایکوست نمونه برداری شده و هر نمونه با ۸ بیت کد می گردد. اگر پهنای باند میانی در دسترس  $500\text{kHz}$  بوده و برای مقابله با ISI حاصل از خطای لحظه نمونه برداری از شکل موج Raised Cosine با فاکتور roll off برابر  $0.7$  استفاده گردد حداقل مقدار M کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۸

(۴) ۱۶

۲۸- در کانال های با حضور ISI آماره تصمیم گیری در الگوریتم ویتربی در صورت استفاده از مدولاسیون PAM و سیگنالینگ Doubinary به کدام صورت زیر است؟

$x_n$ : نمونه های خروجی فیلتر منطبق

$I_n$ : دنباله داده ها

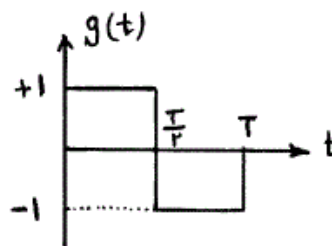
$$(1) \sum I_n (2r_n - I_n - I_{n-1})$$

$$(2) \sum_n I_n (r_n - 2(I_n + I_{n-1}))$$

$$(3) \sum_n I_n r_n - \sum_n \sum_m I_n I_m x_{n-m}$$

$$(4) \sum_n I_n r_n - 2 \sum_n \sum_m I_n I_m^* x_{n-m}$$

۲۹- دنباله  $\{a_n\}$  دنباله ای از متغیرهای تصادفی iid است که مقادیر  $-1, +1$  را با احتمال برابر اختیار می کند. این دنباله به صورت  $S(t) = \sum a_n g(t - nT)$  ارسال می شود که  $g(t)$  به صورت زیر است:



فرض کنید می خواهیم به کمک پیش کدگذار (Precoder)  $b_n = a_n + k a_{n-1}$  در چگالی طیف توان صفر ایجاد کنیم و دنباله  $\{b_n\}$  را با  $g(t)$  ارسال کنیم. برای

اینکه چگالی طیف توان  $S(t)$  در  $f = \frac{1}{2T}$  صفر داشته باشد، ثابت  $k$  کدام است؟

(۱)  $k = -2$

(۲)  $k = -1$

(۳)  $k = 1$

(۴)  $k = 2$

-۳۰

یک مجموعه سمبل  $M$  تایی برای ارسال روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان  $\frac{N}{2}$  داریم. این سمبلها  $S_{+\frac{M}{2}}, S_{-\frac{M}{2}}, \dots, S_{+1}, S_{-1}, S_{+2}, S_{-2}, \dots, S_{+\frac{M}{2}}, S_{-\frac{M}{2}}$  را به صورت شکل موجهای biorthogonal زیر ارسال می‌کنیم:

$$\sqrt{E_s} \phi_1(t); -\sqrt{E_s} \phi_1(t), \sqrt{E_s} \phi_2(t), -\sqrt{E_s} \phi_2(t), \dots, \sqrt{E_s} \phi_{\frac{M}{2}}(t), -\sqrt{E_s} \phi_{\frac{M}{2}}(t)$$

که در آن  $\phi_k(t)$  ها سیگنالهای متعامدند. گیرنده دارای  $\frac{M}{2}$  فیلتر منطبق به  $\frac{M}{2}$  سیگنال متعامد است. گیرنده قدر مطلق آماره‌های تصمیم‌گیری  $|Z_j|$  را مقایسه می‌کند و اگر  $|Z_j|$  بزرگ‌ترین باشد گیرنده تصمیم می‌گیرد که  $S_{+j}$  یا  $S_{-j}$  بسته به علامت  $Z_j$  ارسال شده است. فرض کنید  $S_{+1}$  ارسال شده باشد. در این صورت آماره‌های تصمیم‌گیری  $Z_1, Z_2, \dots, Z_{\frac{M}{2}}$  به طور شرطی متغیرهای گوسی مستقل‌اند. کدام گزاره همواره صحیح است؟

(۱) احتمال مشروط آنکه گیرنده،  $S_{-1}$  را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از

$$Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \text{ بزرگتر است.}$$

(۲) احتمال مشروط آنکه گیرنده،  $S_{-1}$  را به عنوان سمبل ارسالی آشکار کند از

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \text{ بزرگتر است.}$$

(۳) احتمال مشروط آنکه گیرنده،  $S_j (j > 1)$  را به عنوان سمبل ارسالی آشکار

$$\text{کند از } Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \text{ کوچکتر است.}$$

(۴) احتمال مشروط آنکه گیرنده،  $S_j (j > 1)$  را به عنوان سمبل ارسالی آشکار

$$\text{کند از } Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \text{ کوچکتر است.}$$

۳۱- فرض کنید  $U_1, U_2, \dots$  رشته‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل باشد که به طور یکنواخت درباره  $[0, 1]$  توزیع شده‌اند. تعریف می‌کنیم

$$X_n \triangleq n[1 - \max\{U_1, \dots, U_n\}], n \geq 1$$

(۱) در توزیع همگرا نیست.

(۲) در توزیع به توزیع نمایی همگرا می‌شود.

(۳) در توزیع به توزیع یکنواخت همگرا می‌شود.

(۴) در توزیع به متغیر تصادفی  $X = 0$  همگرا می‌شود.

۳۲- فرآیند  $X(t)$  فرآیندی است پواسن با چگالی  $\lambda = 1$  اگر  $Y = \int_0^1 X(t) dt$  باشد تخمین خطی  $X(1)$  بر حسب  $Y$  با معیار MMSE کدام است؟

$$(1) \quad \frac{2}{3}Y + \frac{1}{4}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3}Y + \frac{5}{4}$$

$$(3) \quad \frac{3}{2}Y + \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad \frac{3}{2}Y + \frac{5}{4}$$

۳۳- فرآیند تصادفی  $X(t)$  فرآیندی نرمال و ایستاد با میانگین صفر و تابع خود

$$R_X(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2}$$

همبستگی مقدار

$$\Pr\{|X(\tau) + 4E\{X(\tau)|X(0)\}| > 1\}$$

$$\text{با فرض } Q(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \text{ کدام است؟}$$

$$(1) \quad 2Q\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(2) \quad 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(3) \quad 2Q\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$(4) \quad 2Q\left(\frac{7}{\sqrt{2}}\right)$$

۳۴- فرض کنید  $W(t), t \geq 0$  یک فرآیند نرمال با میانگین صفر و تابع همبستگی

$$R_W(t_1, t_2) = \min(t_1, t_2) \text{ باشد. فرآیند } X(t) \triangleq e^{-t}W(e^{2t}), t \geq 0$$

فرآیندی:

(۱) ارگادیک در میانگین نیست.

(۲) ارگادیک در میانگین است.

(۳) ارگادیک در میانگین است اگر  $W(t)$  هم ارگادیک در میانگین باشد.

(۴) ارگادیک در میانگین نیست حتی اگر  $W(t)$  ارگادیک در میانگین باشد.

۳۵- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots$  دنباله‌ای از متغیرهای یوآسن مستقل باشد که دارای چگالی ثابت  $\lambda = 4$  هستند. فرآیند گسسته  $Y[n]$  به فرم زیر تعریف می‌شود:

$$Y[n] = \alpha^n X_1 X_2 \dots X_n \quad n \geq 1$$

$\alpha$  چه مقدار باشد تا داشته باشیم:

$$E\{Y[n] | Y[n-1], \dots, Y[1]\} = Y[n-1]$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقداری از  $\alpha$  رابطه فوق قابل تحقق نیست.

۳۶- فرض کنید  $X[n]$  یک فرآیند گسسته WSS با طیف زیر باشد:

$$S_X(f) = 1/36 + 1/2 \cos(2\pi f)$$

اگر بخواهیم  $X[n]$  را بر حسب مشاهدات  $X[n-k], k \geq 1$  تخمین خطی با

حداقل مربع خطا بزنیم، میانگین مربع خطای تخمین چقدر است؟

$$0/6 \quad (2)$$

$$0/36 \quad (1)$$

$$1/36 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

۳۷- فرض کنید  $X(t)$  یک فرآیند WSS پایین گذر با پهنای باند محدود  $W$  باشد.

تعریف می‌کنیم  $Y(t) \triangleq X(At)$  که در آن  $A$  یک متغیر تصادفی مستقل از

فرآیند  $X(t)$  و  $P(A=0) = P(A=2) = \frac{1}{4}$  است. در این صورت در مورد پهنای

باند فرآیند  $Y(t)$  کدام گزینه درست است؟

$$W \quad (2)$$

$$\frac{W}{2} \quad (1)$$

$$4W \quad (4)$$

$$2W \quad (3)$$

۳۸- فرض کنید فرآیند  $X(t), t \geq 0$  فرآیندی یوآسن با چگالی یکنواخت  $\lambda = 1$

باشد. در این صورت احتمال شرطی  $P[X(2t) - X(t) = 10 | X(t) = 10]$  برابر

کدام است؟

$$\frac{t^{20} e^{-2t}}{20!} \quad (2)$$

$$\frac{t^{20} e^{-t}}{20!} \quad (1)$$

$$\frac{t^{10} e^{-t}}{10!} \quad (4)$$

$$\frac{t^{20} e^{-2t}}{10! 10!} \quad (3)$$

۳۹- فرض کنید  $X(t)$  یک فرآیند نرمال، WSS با میانگین صفر و طیف توان

$$S_X(f) = \begin{cases} 1 & |f| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$$

باشد. اگر مشتق  $X(t)$  را با  $X'(t)$  نمایش دهیم در

این صورت  $E\{X^2(t) | X'(t) = \alpha\}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲) ۱  
 (۳)  $\alpha^2$   
 (۴)  $1 + \alpha^2$

۴۰- متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  نرمال و مستقل از یکدیگرند.  $X$  دارای میانگین صفر و

واریانس ۲ و  $Y$  دارای میانگین و واریانس واحد است. تعریف می‌کنیم:

$$Z(t) \triangleq tX + Y$$

کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

- (۱) فرآیند  $Z(t)$  فرآیندی SSS مرتبه اول است.  
 (۲) فرآیند  $Z(t)$  فرآیندی WSS نیست.  
 (۳) فرآیند  $Z(t)$  فرآیندی WSS است.  
 (۴) فرآیند  $Z(t)$  فرآیندی SSS مرتبه دوم است.

۴۱- فرض کنید تابع مشخصه توأم در متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\Phi_{XY}(\omega_1, \omega_2) = E\left\{e^{j(\omega_1 X + \omega_2 Y)}\right\} = e^{j(\omega_1 - 2\omega_2) + (\omega_2^2 - \frac{1}{2}\omega_1\omega_2 + \omega_1^2)}$$

واریانس متغیر تصادفی  $Z = 2X + Y$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) ۱۶  
 (۴) ۸

۴۲- فرض کنید فرآیند  $X(t) = \cos(2\pi f_0 t + \theta)$  باشد که  $f_0 > 0$  یک فرکانس معلوم

و  $\theta$  یک متغیر تصادفی یکنواخت در بازه  $[0, 2\pi]$  باشد. در مورد فرآیند  $X(t)$

کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $X(t)$  در میانگین و خودهمبستگی ارگادیک است.  
 (۲)  $X(t)$  در میانگین ارگادیک ولی در خود همبستگی ارگادیک نمی‌باشد.  
 (۳)  $X(t)$  در میانگین ارگادیک نیست ولی در خود همبستگی ارگادیک است.  
 (۴)  $X(t)$  در میانگین ارگادیک نیست و در خود همبستگی نیز ارگادیک نمی‌باشد.

۴۳- فرض کنید  $X(t)$  یک فرآیند ایستادن SSS کامل باشد و فرآیندهای

$$Y(t) = X(2t) \quad \text{و} \quad Z(t) = X(t^2)$$

کدام گزینه در مورد فرآیندهای

$Y(t)$  و  $Z(t)$  درست است؟

- (۱) هر دو فرآیند  $Y(t)$  و  $Z(t)$  SSS هستند.  
 (۲)  $Y(t)$  SSS می‌باشد ولی  $Z(t)$  SSS نیست.  
 (۳)  $Z(t)$  SSS می‌باشد ولی  $Y(t)$  SSS نمی‌باشد.  
 (۴) هیچ‌کدام از فرآیندهای  $Y(t)$  و  $Z(t)$  SSS نیستند.

۴۴- فرض کنید  $X(t)$  یک فرآیند حقیقی ایستاد WSS باشد و فرآیند  $Y(t)$  یک فرآیند WSS باشد که به صورت  $Y(t) = e^{jX(t)}$  تعریف شده است. کدام یک از توابع زیر می تواند تابع خودهمبستگی  $Y(t)$  باشد؟

$$R_Y(\tau) = e^{-|\tau|} \sin(\tau) \quad (۲) \qquad R_Y(\tau) = \tau e^{-|\tau|} \quad (۱)$$

$$R_Y(\tau) = \frac{\tau+1}{1+\tau^2} \quad (۴) \qquad R_Y(\tau) = \frac{1}{1+\tau^2} \quad (۳)$$

۴۵- میان مرتبه  $k$  ام متغیر تصادفی گسسته  $X$  به صورت

$$E\{X^k\} = \frac{(-1)^k}{2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

داده شده است.  $\Pr\{X=1\}$  برابر است با:

$$\frac{1}{8} \quad (۲) \qquad \circ \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \qquad \frac{1}{4} \quad (۳)$$