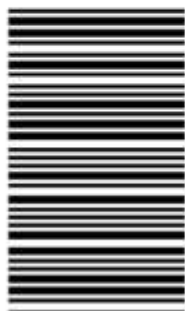


کد کنترل

690

A



690A

صبح جمعه

۹۷/۱۲/۳

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸

رشته مهندسی عمران - سازه - کد (۲۳۰۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مکانیک جامدات (مقاومت مصالح - تحلیل سازه‌ها) - دینامیک سازه - تئوری الاستیسیته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۸

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- در یک تیر بر روی بستر ارتجاعی به طول 6 m و مقطع مستطیل به عمق (ارتفاع) برابر 12 cm و عرض 4 cm تحت اثر بار گسترده یکنواخت به شدت q ، اگر عکس‌العمل بستر به صورت خطی از صفر در کناره‌ها تا حداکثر در وسط تیر، تغییر کند و حداکثر تنش خمشی مجاز برابر 120 MPa باشد، حداکثر مقدار مجاز q چند kN/m برآورد می‌شود؟

(۱) $2/56$

(۲) $3/84$

(۳) $5/12$

(۴) $7/68$

۲- در یک مقطع جدار نازک حلقوی به شعاع متوسط R ، ضخامت t تحت یک نیروی متمرکز قائم P اعمالی به موازات قطر عمودی در محل شعاع متوسط در تراز قطر افقی (سمت چپ یا راست)، تنش برشی حداکثر بر حسب ضریب

$\frac{P}{\pi R t}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) 1

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) 2

۳- ورقی به شکل مربع از چهار طرف توسط چهار جداره صلب و ثابت نگهداری شده است. اگر دمای ورق به اندازه 50°C درجه سلسیوس افزایش یابد، مقدار تنش ایجاد شده نرمال در صفحه چند مگاپاسکال خواهد بود؟ مدول

ارتجاعی ورق 200 GPa ، ضریب پواسون آن برابر $0/25$ و ضریب انبساط حرارتی آن برابر $9 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ می‌باشند. ضخامت ورق در حدی است که کماتش نکند و تنش عمود بر صفحه صفر است؟

(۱) 60

(۲) 90

(۳) 120

(۴) 180

۴- یک میله به طول L ، سطح مقطع A و وزن مخصوص γ از یک تکیه‌گاه گیردار به‌طور قائم آویزان است. اگر رابطه تنش - کرنش میله به صورت $\sigma = B\sqrt{\epsilon}$ (B ضریب ثابت) باشد، اضافه طول انتهای آزاد میله تحت اثر وزن آن چه

ضریبی از $\frac{\gamma^2 L^3}{B^2}$ است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

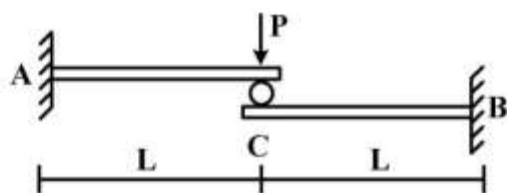
(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{A}{2}$

(۴) $\frac{A}{3}$

۵- تیر ترکیبی ABC مطابق شکل در محل غلتک (تماس بدون اصطکاک) تحت اثر نیروی P قرار دارد. اگر سختی خمشی برابر EI در طول دو قطعه ثابت باشد، واکنش‌های تکیه‌گاهی به ترتیب از راست به چپ برای M_B ، M_A ،

A_y و B_y کدام‌اند؟



(۱) $\frac{P}{2}, \frac{P}{2}, \frac{PL}{2}, \frac{PL}{2}$

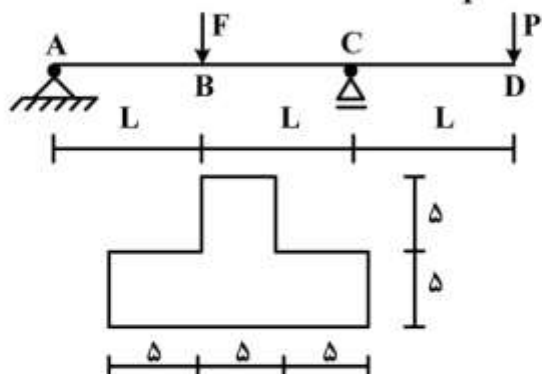
(۲) $\frac{P}{2}, \frac{P}{2}, PL, PL$

(۳) $P, P, \frac{PL}{2}, \frac{PL}{2}$

(۴) P, P, PL, PL

۶- تیر $ABCD$ با مقطع مطابق شکل (ابعاد به cm) تحت اثر دو نیروی متمرکز F و P قرار دارد. اگر $L = 3m$ باشد،

حداکثر تنش فشاری مقطع در نقاط B و C به ازای چه نسبتی از $\frac{F}{P}$ برابر خواهند بود؟



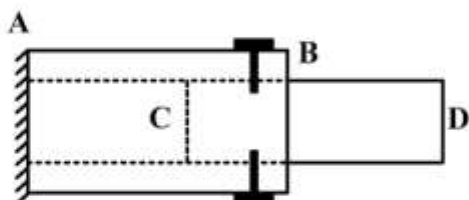
(۱) $\frac{11}{5}$

(۲) $\frac{7}{3}$

(۳) $\frac{5}{11}$

(۴) $\frac{2}{7}$

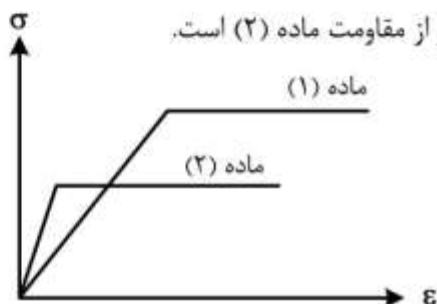
- ۷- یک میله چوبی CD به قطر ۲۰ cm در لوله فلزی AB به قطر سوراخ ۲۰ cm قرار گرفته و دور تا دور محل اتصال از پیچ‌هایی به قطر ۱۰ mm و تنش برشی مجاز ۱۶۰ MPa استفاده شده است. اگر پس از اعمال لنگر پیچشی T در انتهای آزاد D، حداکثر تنش برشی در عضو چوبی برابر ۸ MPa باشد، تعداد پیچ لازم در محل اتصال کدام است؟



- (۱) ۱۶
(۲) ۱۰
(۳) ۸
(۴) ۵

- ۸- دیاگرام تنش - کرنش دو ماده در شکل زیر آورده شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

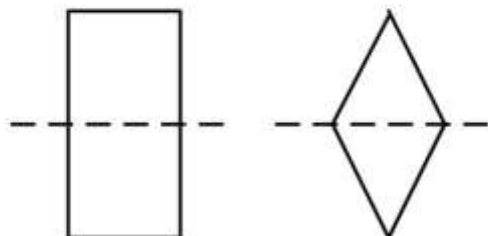
- (۱) سختی ماده (۱) بیشتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) بیشتر از مقاومت ماده (۲) است.
(۲) سختی ماده (۱) بیشتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) کمتر از مقاومت ماده (۲) است.
(۳) سختی ماده (۱) کمتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) کمتر از مقاومت ماده (۲) است.
(۴) سختی ماده (۱) کمتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) بیشتر از مقاومت ماده (۲) است.



- ۹- بارهای خود کرنشی نظیر نشست تکیه‌گاهی، نقص عضو و اثرات درجه حرارت در کدام نوع سازه‌ها، روی توزیع نیروهای داخلی اثر می‌گذارند؟

- (۱) معین استاتیکی
(۲) نامعین استاتیکی
(۳) معین و نامعین استاتیکی
(۴) بدون اثر در نیروهای داخلی

- ۱۰- دو مقطع مستطیل و لوزی دارای مساحت و جنس یکسان هستند. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



- (۱) سختی برشی لوزی بیشتر از سختی برشی مستطیل و سختی خمشی مستطیل بیشتر از سختی خمشی لوزی
(۲) سختی برشی لوزی بیشتر از سختی برشی مستطیل و سختی محوری مستطیل برابر سختی محوری لوزی
(۳) سختی خمشی لوزی کمتر از سختی خمشی مستطیل و سختی محوری مستطیل برابر سختی محوری لوزی
(۴) سختی خمشی لوزی کمتر از سختی خمشی مستطیل و سختی برشی مستطیل بیشتر از سختی برشی لوزی

- ۱۱- تیر AB به طول L و سختی خمشی EI مطابق شکل تحت اثر لنگر متمرکز M قرار دارد. به ازای چه مقادیری از α در سختی فنر $(K = \frac{EI}{\alpha L^3})$ ، تیر در طول خود، دارای نقطه عطف است؟



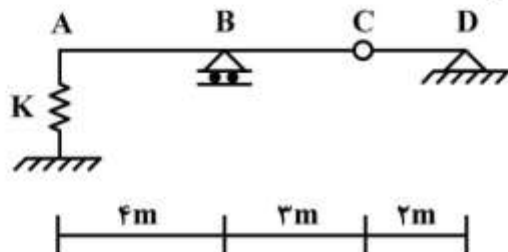
(۱) $\alpha < \frac{1}{3}$

(۲) $\alpha < \frac{1}{6}$

(۳) $\alpha > \frac{1}{3}$

(۴) $\alpha > \frac{1}{6}$

- ۱۲- از روی تیر ABCD، باری به شدت $\frac{1}{3}$ kN/m و به طول ۵ m می‌گذرد. حداکثر تغییر مکان قائم تکیه‌گاه ارتجاعی در A با سختی $K = 5$ kN/cm، چند سانتی‌متر برآورد می‌شود؟



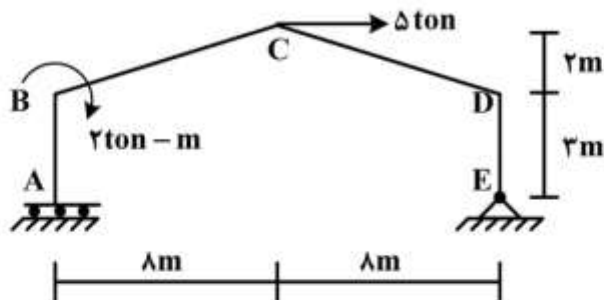
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{16}{15}$

- ۱۳- در قاب شیبدار ABCDE مطابق شکل، لنگر M_{DC} چند تن - متر تخمین زده می‌شود؟ (سختی خمشی همه اعضا برابر EI است)



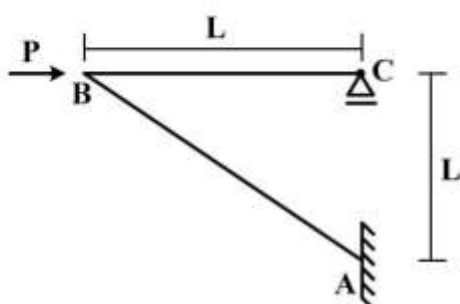
(۱) ۱۰

(۲) ۱۵

(۳) ۲۰

(۴) ۲۵

- ۱۴- در سازه مطابق شکل تحت اثر نیروی افقی P در B، اگر تغییر مکان افقی C برابر $\frac{PL^3}{EI} \delta = 0.4$ باشد، تغییر مکان قائم B و لنگر AB به ترتیب کدام است؟ (سختی خمشی هر دو عضو برابر EI است)



(۱) PL, δ

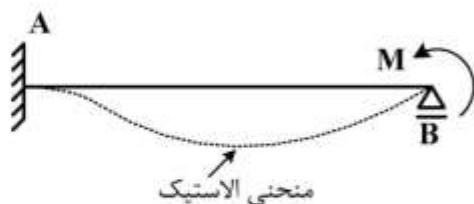
(۲) $\sqrt{2}PL, \delta$

(۳) $PL, \sqrt{2}\delta$

(۴) $\sqrt{2}PL, \sqrt{2}\delta$

۱۵- در تیر AB به طول L و سختی خمشی ثابت EI تحت اثر لنگر متمرکز M در تکیه‌گاه B، سطح محصور بین محور

اولیه تیر و منحنی الاستیک آن بر حسب ضریب $\frac{ML^3}{EI}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{36}$

(۲) $\frac{1}{48}$

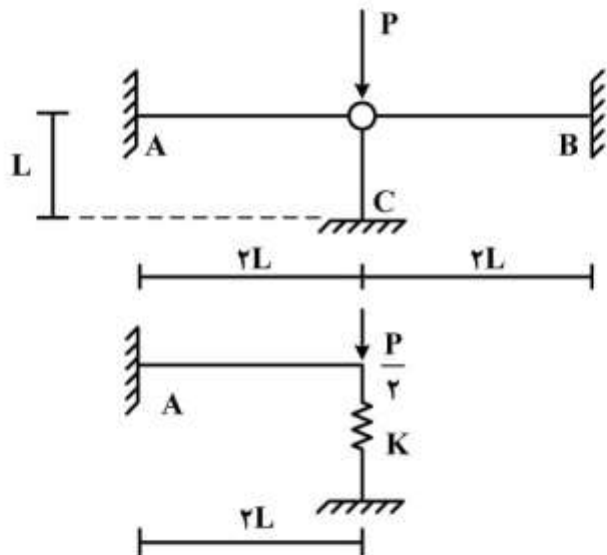
(۳) $\frac{1}{64}$

(۴) $\frac{1}{72}$

۱۶- با توجه به دو سازه مطابق شکل، برای اینکه لنگر خمشی تکیه‌گاه A در هر دو سازه با هم برابر شوند، سختی فنر

(K) باید بر حسب $\frac{EI}{L^3}$ چقدر باشد؟ (مقادیر ممان اینرسی I، سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E برای هر سه عضو

یکسان بوده و $I = AL^2$)



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) ۲

(۴) ۴

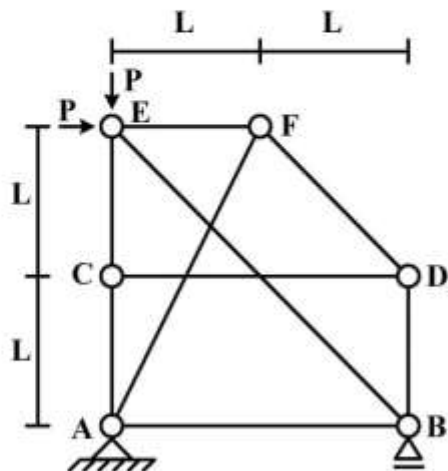
۱۷- در سازه خرابایی مطابق شکل، نیروی عضو BE کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}P$

(۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}P$

(۳) صفر

(۴) خرابا ناپایدار است.



۱۸- در یک تیر طره عمیق به طول L با مقطع مستطیلی به عرض b و عمق (ارتفاع) h که تحت بار انتهایی قائم P قرار دارد، اگر تغییر شکل‌های ناشی از برش در مقایسه با خمش نیز در نظر گرفته شود، چند درصد به جابه‌جایی قائم

انتهای آزاد اضافه می‌گردد؟ ($b = \frac{h}{4}$ ، $L = \Delta h$ و مدول برشی $G = 0.4E$ ، مدول ارتجاعی)

(۱) ۱

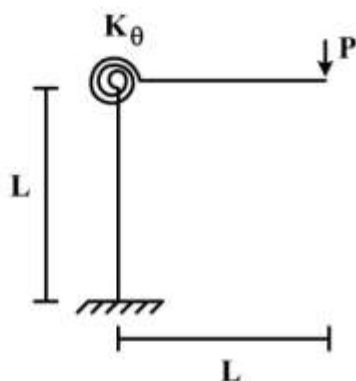
(۲) ۳

(۳) ۵

(۴) ۱۰

۱۹- در قاب طره‌ای مطابق شکل، سختی خمشی تیر و ستون برابر EI و سختی فنر دورانی (پیچشی) برابر $K_\theta = \frac{EI}{L}$

می‌باشند. تغییر مکان قائم انتهای طره زیر بار قائم P چه ضریبی از $\frac{PL^2}{EI}$ می‌باشد؟



(۱) $\frac{1}{3}$

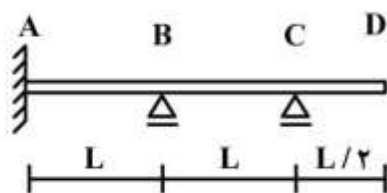
(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{5}{3}$

(۴) $\frac{7}{3}$

۲۰- در تیر مطابق شکل، اگر تکیه‌گاه B به اندازه Δ نشست کند، اندازه لنگر تکیه‌گاه A چه ضریبی از $\frac{EI\Delta}{L^2}$ است؟

(EI در طول تیر ثابت است)



(۱) $\frac{12}{7}$

(۲) $\frac{17}{7}$

(۳) $\frac{22}{7}$

(۴) $\frac{27}{7}$

۲۱- در یک تیر افقی صلب یکنواخت به طول L و جرم کل M با تکیه‌گاه ساده در انتهای چپ و تکیه‌گاه ارتجاعی در انتهای راست، عبارت نیروی اینرسی در معادله ارتعاش برحسب درجه آزادی چرخشی در تکیه‌گاه ساده (θ) و تحت اثر نیروی دینامیکی متمرکز قائم $P(t)$ اعمالی در تکیه‌گاه ارتجاعی، چه ضریبی از $\ddot{\theta}$ (شتاب چرخشی) است؟

(۴) $\frac{ML^2}{4}$

(۳) $\frac{ML^2}{4}$

(۲) $\frac{ML^2}{3}$

(۱) $\frac{ML^2}{3}$

۲۲- تابع شکل مکانی برای تحلیل دینامیکی یک تیر افقی طره یکنواخت به طول L و تحت اثر نیروی دینامیکی محوری $P(t)$ در انتهای آزاد آن در مدل معادل یک درجه آزادی، کدام است؟ (محور x منطبق بر محور تیر با مبدأ در تکیه‌گاه گیردار، فرض می‌شود)

$$(1) \frac{x}{L^2} \quad (2) \frac{x}{L} \quad (3) xL \quad (4) xL^2$$

۲۳- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی در حالت زلزله، برای محاسبه حداکثر نیروی اعمالی به سازه، دلیل صرف‌نظر از نیروی میرایی کدام است؟

(۱) اصل بقای جرم (۲) صفر شدن سرعت (۳) دوری از حالت تشدید (۴) تأثیر خیلی ناچیز

۲۴- در یک آزمایش ارتعاش آزاد برای یک سازه معادل یک درجه آزادی، دامنه نوسان بعد از سه سیکل کامل به نصف تقلیل یافته است. درصد میرایی سازه چند درصد بر آورد می‌شود؟ ($\ln 2 = 0.7$)

- (۱) ۵/۷
(۲) ۴/۷
(۳) ۳/۷
(۴) ۲/۷

۲۵- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی تحت اثر نیروی هارمونیک، چنانچه نسبت پریود ارتعاش آزاد به پریود بارگذاری (β) مقدار بزرگی باشد، در این صورت ضریب بزرگنمایی دینامیکی به سمت کدام مقدار میل خواهد کرد؟

$$(1) \frac{1}{\beta^2} \quad (2) \frac{1}{1-\beta^2} \quad (3) \frac{1}{\beta} \quad (4) \frac{1}{1-\beta}$$

۲۶- یک سازه معادل یک درجه آزادی به وزن 10 ton و پریود ارتعاش آزاد برابر 0.6 sec تحت اثر بار ضربه‌ای مستطیل شکل با مدت تداوم 0.15 sec و نیروی 10 ton قرار می‌گیرد. تغییر مکان سازه در لحظه 0.2 sec چند cm تخمین زده می‌شود؟ ($\pi = 3, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ، سینوس 0.4 ، 0.5 و 0.6 رادیان به ترتیب برابر 0.39 ، 0.48 و 0.56 می‌باشند)

- (۱) ۰/۲۷
(۲) ۰/۷۲
(۳) ۲/۷
(۴) ۷/۲

۲۷- در یک تیر ساده با مدل پیوسته، پرورد مود اصلی ارتعاش در حالت بارگذاری گسترده یکنواخت نسبت به حالت بارگذاری متمرکز معادل در وسط دهانه، چگونه است؟

(۱) برابر (۲) متغیر (۳) کمتر (۴) بیشتر

۲۸- در یک سازه سه درجه آزادی، ماتریس جرم و بردار مود دوم بصورت زیر می‌باشند. بردار مود دوم مقیاس شده برای اینکه مقدار عبارت $\{\phi\}_p^T [M] \{\phi\}_p$ برابر یک شود، کدام است؟

$$[M] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2/5 \end{bmatrix}, \{\phi\}_p = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \\ 5 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -3 \\ 7 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۲۹- ماتریس‌های جرم و سختی یک سازه دو درجه آزادی با هماهنگی مقیاس واحد به شرح زیر می‌باشند. پرورد مود اول سازه چند ثانیه است؟

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, [K] = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$2\pi \quad (۱)$$

$$\pi \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۴)$$

۳۰- با توجه به اطلاعات سوال ۲۹، اگر پربود ارتعاش آزاد در مود دوم سازه برابر $\frac{\pi}{4}$ ثانیه باشد، مود دوم ارتعاش سازه

کدام است؟

$$(1) \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{Bmatrix}$$

$$(2) \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

$$(3) \begin{Bmatrix} 1 \\ -1.5 \end{Bmatrix}$$

$$(4) \begin{Bmatrix} 1 \\ -2 \end{Bmatrix}$$

۳۱- در تحلیل دینامیکی یک ساختمان چند طبقه، شرایط اولیه (در صورت وجود) در محاسبه تغییر مکان کدام طبقه لحاظ می‌شود؟

(۱) فقط طبقه اول (۲) فقط طبقه آخر (۳) همه طبقات (۴) هیچکدام از طبقات

۳۲- کدام تابع شکلی در تحلیل دینامیکی ارتعاش قائم (جانبی) یک تیر ساده با مقطع یکنواخت و طول L به روش رایله تحت اثر نیروی گسترده یکنواخت، نمی‌تواند بکارگرفته شود؟ (محور x منطبق بر محور افقی تیر فرض می‌شود)

$$(1) \psi(x) = \frac{x}{L} \left(\frac{x}{L} - 1 \right)$$

$$(2) \psi(x) = \sin \frac{\pi x}{L} \left(\frac{x}{L} - 1 \right)$$

$$(3) \psi(x) = \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$(4) \psi(x) = 1 - \cos \frac{\pi x}{2L}$$

۳۳- چنانچه منحنی رفتار غیرخطی یک سازه تا حداکثر تغییر مکان برابر 5cm به صورت $f_s = 8 \left[\frac{u}{3} - \frac{1}{4} \left(\frac{u}{3} \right)^2 \right]$

(u تغییر مکان برحسب cm و f_s نیروی سختی برحسب ton/cm) باشد، در تحلیل دینامیکی، مقدار سختی مماسی آن در تغییر مکان برابر 3cm چند ton/cm برآورد می‌شود؟

(۱) ۲/۳

(۲) ۳/۲

(۳) ۴/۵

(۴) ۵/۴

۳۴- بردار $\bar{x} = x_1 \bar{i}_1 + x_2 \bar{i}_2 + x_3 \bar{i}_3$ بردار وضعیت هر نقطه در فضای سه بعدی \mathbb{R}^3 می باشد و تابع $\phi(x_1, x_2, x_3)$

یک تابع اسکالر و به اندازه کافی هموار است. کدام یک از موارد زیر برابر $(\nabla^T \bar{x}) \phi(x_1, x_2, x_3)$ است؟

(۱) $2 \bar{\nabla} \phi(x_1, x_2, x_3)$

(۲) $2 \bar{\nabla} \phi(x_1, x_2, x_3) + \bar{x} \nabla^T \phi(x_1, x_2, x_3)$

(۳) $\nabla \cdot \bar{\nabla} \phi(x_1, x_2, x_3) + 2 \bar{x} \nabla^T \phi(x_1, x_2, x_3)$

(۴) $2 \nabla \cdot \bar{\nabla} \phi(x_1, x_2, x_3) + \bar{x} \nabla^T \phi(x_1, x_2, x_3)$

۳۵- جسمی تحت تغییر شکل $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \alpha & -\beta \\ -\alpha & \lambda & \gamma \\ \beta & -\gamma & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$ که $\lambda, \gamma, \beta, \alpha$ صفر نیستند، قرار می گیرد به طوری که

X_i ها مؤلفه های بردار وضعیت قبل از تغییر شکل و x_i ها مؤلفه های آن پس از تغییر شکل هستند. تغییر زاویه دو

امتداد $(1, 0, 0)$ و $(1, 1, 1)$ در نقطه $(1, 1, 1)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\gamma - \alpha$

(۳) $\alpha - \beta$

(۴) $\alpha + \beta - \gamma$

۳۶- امتداد تغییر یافته امتداد $(1, 0, 0)$ در مبدأ مختصات در تغییر شکل $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \alpha & -\beta \\ -\alpha & \lambda & \gamma \\ \beta & -\gamma & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$ که α .

β, γ و λ صفر نیستند، کدام است؟ X_i مؤلفه های بردار وضعیت قبل از تغییر شکل و x_i مؤلفه های آن پس از

تغییر شکل هستند.

(۱) $\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \alpha^2 + \beta^2}} (\lambda, -\alpha, -\beta)$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + \alpha^2 + \beta^2}} (\gamma, -\alpha, \beta)$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \alpha^2 + \beta^2}} (\lambda, -\alpha, \beta)$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + \alpha^2 + \beta^2}} (\gamma, \alpha, -\beta)$

۳۷- گوئیم وضعیت تنش در یک نقطه از جسم در حالت برش ساده است اگر دستگاه مختصاتی وجود داشته باشد به-

طوری که تانسور تنش در آن دستگاه مختصات و در نقطه مورد نظر به صورت $\begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد. کدام یک از موارد

زیر در مورد تانسور تنش $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$ در نقطه M صحیح است اگر وضعیت تنش در نقطه M

«برش ساده» باشد؟ ($\text{tr} \sigma$ برابر $\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ است)

(۱) لازم است $\text{tr} \sigma$ ، دترمینان σ_{ij} و $\sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ و $\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ صفر باشند.

(۲) لازم است $\text{tr} \sigma$ و $\sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ و $\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ صفر باشند.

(۳) لازم است $\sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ و $\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}\sigma_{33} + \sigma_{33}\sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{13}^2 - \sigma_{23}^2$ صفر باشد.

(۴) لازم است دترمینان تانسور σ_{ij} و $\text{tr} \sigma$ صفر باشند.

۳۸- حلقه‌ای به ضخامت واحد به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b، در وجه خارجی تحت نیروی گسترده با شدت

$t_0 \cos \theta$ در جهت محور x ها قرار دارد. مؤلفه‌های بردار تنش در دستگاه مختصات قطبی (r, θ) (مطابق شکل)

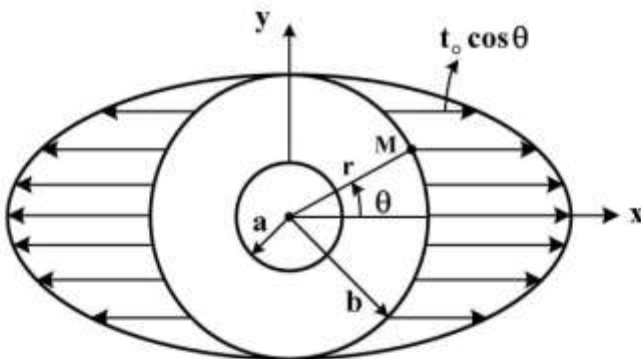
در نقطه M با مختصات (b, θ) کدام است؟

(۱) $t_r = t_0 \sin \theta \cos \theta$, $t_\theta = t_0 \cos^2 \theta$

(۲) $t_r = t_0 \sin \theta \cos \theta$, $t_\theta = -t_0 \cos^2 \theta$

(۳) $t_r = t_0 \cos^2 \theta$, $t_\theta = t_0 \sin \theta \cos \theta$

(۴) $t_r = t_0 \cos^2 \theta$, $t_\theta = -t_0 \sin \theta \cos \theta$



۳۹- رابطه تنش - کرنش در یک ماده در حالت دو بعدی در صفحه x_1x_2 به صورت:

$$\sigma_{11} = \alpha \epsilon_{11} + \beta \epsilon_{22} + \gamma \epsilon_{12}$$

$$\sigma_{22} = \beta \epsilon_{11} + \delta \epsilon_{22} + \gamma \epsilon_{12}$$

$$\sigma_{12} = \gamma \epsilon_{11} + \gamma \epsilon_{22} + \eta \epsilon_{12}$$

داده شده است. کدام یک از شرایط زیر برای مثبت بودن انرژی کرنشی صحیح است؟

(۱) کافی است که α و β مثبت باشند.

(۲) کافی است که α و δ مثبت باشند.

(۳) لازم است α ، δ و η مثبت باشند.

(۴) لازم و کافی است که α ، β و γ مثبت باشند.

۴۰- تانسور تنش در یک نقطه از یک جسم در دو دستگاه مختصات x_1, x_2, x_3 و $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ به صورت‌های زیر داده شده‌اند:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} a & 2 & b \\ 2 & 0 & 2 \\ b & 2 & 1 \end{bmatrix}, \bar{\sigma}_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & c & 0 \\ c & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

کدام یک از موارد زیر برای a, b, c صحیح است؟

(۱) $a = 0, b = 0, c = -5/24$

(۲) $a = 2, b = 12, c = -3/24$

(۳) $a = 0, b = 0, c = 13/1$

(۴) $a = 2, b = 0, c = 3/24$

۴۱- دیسک دایره‌ای به شعاع a از مصالح همسان تحت نیروی گسترده با اندازه $t_0 \cos \theta$ در امتداد محور x ها مطابق شکل قرار دارد. تابع تنش ایری به صورت $\varphi(r, \theta) = Ar^2 + B \ln r + Cr^2 \ln r + (Dr^2 + \frac{E}{r^2} + F) \cos^2 \theta$

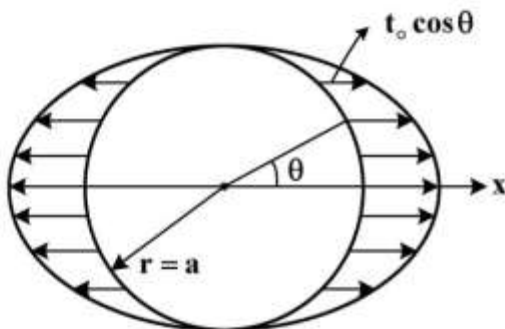
برای تعیین تنش‌ها در هر نقطه از دیسک پیشنهاد شده است. کدام یک از جملات برای ارضاء شرایط در مبدا مختصات اضافی هستند؟

(۱) جملات با ضریب A, B, C و D

(۲) جملات با ضریب A, B, C و D و F

(۳) جملات با ضریب A, B, C و E و F

(۴) جملات با ضریب A, E و F



۴۲- کدام یک از توابع زیر نمی‌تواند به عنوان تابع تنش ایری در حل مسائل متقارن محوری استفاده شود؟

(۱) $\ln r$ (۲) $r^2 \theta$ (۳) r^2 (۴) θ

۴۳- اگر $f(r, \theta)$ یک تابع هارمونیک باشد ($\nabla^2 f = 0$)، کدام یک از توابع زیر در غیاب نیروهای حجمی نمی‌تواند تابع تنش ایری در دستگاه مختصات قطبی باشد؟

(۱) $r^2 \cos^2 \theta f(r, \theta)$ (۲) $r \cos \theta f(r, \theta)$

(۳) $r^2 f(r, \theta)$ (۴) $f(r, \theta)$

۴۴- معادلات ناویه در غیاب نیروهای حجمی به صورت برداری: $\mu \nabla^2 \bar{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \bar{u}) = 0$ در می‌آید که در آن λ

و μ ثابت بوده و \bar{u} بردار تغییر مکان است. برای تبدیل این معادلات برداری به معادله اسکالر، می‌توان تابع تغییر مکان \bar{u} را به صورت $\bar{u} = \nabla \phi$ بر حسب تابع اسکالرو به اندازه کافی هموار ϕ نوشت. کدام یک از موارد زیر در مورد تغییر مکان به دست آمده از این روش درست است؟

(۱) شامل همه تغییر مکان‌های دورانی نمی‌شود.

(۲) فقط شامل تغییر حجم‌ها و دوران‌ها می‌شود.

(۳) فقط شامل تغییر زاویه‌ها می‌شود.

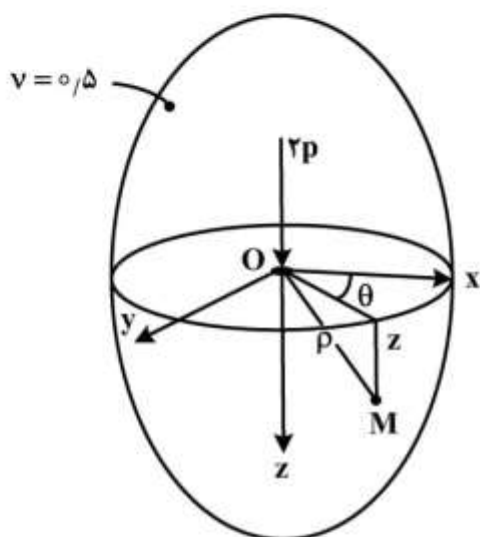
(۴) برای حل هر مسئله الاستوستاتیک قابل استفاده است.

۴۵- فضای کامل از محیط همسان با ضریب پواسون برابر $\nu = 0.5$ تحت نیروی متمرکز $2P$ مطابق شکل قرار گرفته و تنش‌ها در دستگاه مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) به صورت:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2Pr^2z}{2\pi\rho^5}, \sigma_{\theta\theta} = 0, \sigma_{zz} = -\frac{2Pz^3}{2\pi\rho^5}$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{z\theta} = 0, \sigma_{rz} = -\frac{2Pr^2z^2}{2\pi\rho^5}$$

در هر نقطه مانند M به دست آمده‌اند. شعاع استوانه‌ای r و شعاع $\rho = \sqrt{r^2 + z^2}$ شعاع کروی است. تنش‌های اصلی در نقطه M کدام هستند؟



(۱) صفر، صفر و $\frac{2Pz^3}{2\pi\rho^5}$

(۲) صفر، صفر و $-\frac{2Pz}{2\pi\rho^3}$

(۳) صفر، $-\frac{2Pz}{2\pi\rho^3}$ و $\frac{2Pz^3}{2\pi\rho^5}$

(۴) صفر، $-\frac{2Pr^2z}{2\pi\rho^5}$

