

کد کنترل

730

A



730A

## آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۴۰۰

صبح پنجشنبه



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

آمار - (کد ۱۲۰۷)

مدت پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۱۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی (۲و۱)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۳۱	۵۵
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال (۲و۱)، آمار ریاضی (۲و۱))	۳۲	۵۶	۸۷
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری (۲و۱) و رگرسیون (۱))	۲۳	۸۸	۱۱۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

### PART A: Vocabulary

**Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- I ----- the argument because I didn't know enough about the subject.  
1) depicted                      2) confronted                      3) dropped                      4) broached
- 2- Because my husband is a ----- supporter of the high school football team, he donates money to their organization every year.  
1) zealous                      2) anomalous                      3) receptive                      4) successive
- 3- Since the journey is -----, be sure to bring a first-aid kit.  
1) courageous                      2) cautious                      3) enormous                      4) perilous
- 4- The writer's stories appeal to a wide range of people—young and old, ----- and poor, literary and nonliterary.  
1) economical                      2) financial                      3) affluent                      4) elite
- 5- His nostalgia ----- of growing up in a small city are comical, though they are perhaps embellished for comic effect.  
1) impacts                      2) accounts                      3) entertainments                      4) bibliographies
- 6- On a chilly night, you might like to curl up by the fireside and ----- a cup of hot chocolate while reading one of Thurber's books.  
1) imbibe                      2) amalgamate                      3) relieve                      4) fascinate
- 7- Although Mr. Jackson was -----, he attempted to be jovial so that his colleagues at the meeting wouldn't think there was a problem.  
1) unpretentious                      2) painstaking                      3) apprehensive                      4) attentive
- 8- Obviously the network is overreacting and engaging in ----- when they say "55 million people are in danger!" for normal thunderstorms.  
1) distinction                      2) exaggeration                      3) expectation                      4) justification
- 9- My high school biology teacher loved to ----- from science into personal anecdotes about his college adventures.  
1) evolved                      2) converted                      3) reversed                      4) digressed
- 10- Landing a plane on an aircraft carrier requires a great deal of -----, as you can crash if you miss the landing zone by even a little bit.  
1) precision                      2) innovation                      3) superiority                      4) variability

**PART B: Cloze Test**

**Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

For some time now, medical scientists have noted an alarming increase in diseases of the heart and circulation among people who smoke cigarettes. (11) ----- in the bloodstream causes blood vessels to contract, thus (12) ----- circulation, which eventually leads to hardening of the arteries. (13) ----- the arteries stiffen, less blood reaches the brain, and the end result of this slowdown is a cerebral hemorrhage, commonly (14) ----- to as a "stroke". In addition, (15) ----- reduces the ability of the hemoglobin to release oxygen, resulting in shortness of breath.

- 11- 1) The presence of tobacco is found  
 2) The presence of tobacco it is found  
 3) To be found the presence of tobacco  
 4) It has been found that the presence of tobacco
- 12- 1) slows                      2) to slow                      3) slowing                      4) it slows
- 13- 1) So                              2) As                              3) Afterwards                      4) Due to
- 14- 1) referred                      2) that referred                      3) referring                      4) it is referred
- 15- 1) bloodstream's tobacco                      2) the tobacco in bloodstream it  
 3) tobacco in the bloodstream which                      4) tobacco in the bloodstream

**PART C: Reading Comprehension**

**Directions:** Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

**PASSAGE 1:**

The process of digging through data to discover hidden connections and predict future trends has a long history. Sometimes referred to as "knowledge discovery in databases," the term "data mining" wasn't coined until the 1990s. But its foundation comprises three intertwined scientific disciplines: statistics (the numeric study of data relationships), artificial intelligence (human-like intelligence displayed by software and/or machines) and machine learning (algorithms that can learn from data to make predictions). What was old is new again, as data mining technology keeps evolving to keep pace with the limitless potential of big data and affordable computing power.

Over the last decade, advances in processing power and speed have enabled us to move beyond manual, tedious and time-consuming practices to quick, easy and automated data analysis. The more complex the data sets collected, the more potential there is to uncover relevant insights. Retailers, banks, telecommunications providers and insurers, among others, are using data mining to discover relationships among everything from price optimization promotions and demographics to how the economy, risk, competition and social media are affecting their business models, revenues, operations and customer relationships.

- 16- Which of the following is the best title for the passage?
- 1) Data Mining History and Current Advances
  - 2) The Limitations of the Concept of Big Data
  - 3) Future Trends in Statistics and Big Data
  - 4) Application of Modern Statistical Procedures
- 17- Which of the following statements is true?
- 1) The term data mining was coined prior to the 1990s.
  - 2) Knowledge discovery in databases is a better predictor of future trends than data mining.
  - 3) Knowledge discovery in databases is more or less similar to data mining.
  - 4) The process of digging through data to discover hidden connections is a very new phenomenon.
- 18- The scientific disciplines forming the foundation of data mining are -----.
- 1) statistics, cognitive science, and philosophy
  - 2) mathematics, cognitive science, and philosophy
  - 3) mathematics, cognitive science, and machine learning
  - 4) statistics, artificial intelligence, and machine learning
- 19- The word “evolving” in paragraph 1 is similar in meaning to -----.
- 1) advancing
  - 2) residing
  - 3) adjusting
  - 4) fluctuating
- 20- The passage refers to all of the following users of data mining EXCEPT -----.
- 1) insurers
  - 2) manufacturers
  - 3) retailers
  - 4) telecommunications providers

**PASSAGE 2:**

Tukey was born on June 16, 1915, in New Bedford, Massachusetts, and was mostly home-schooled as a child. At the age of 18, he entered Brown University and earned his BS and MS in chemistry, thereafter pursuing a PhD at Princeton. Soon after arriving at Princeton, his graduate studies shifted toward mathematics. Tukey’s studies focused mostly on pure mathematics, and his thesis, “On Denumerability in Topology,” was published as a book in 1940; mathematician Paul Halmos includes that book among the influential books of the period 1888-1988. After earning his PhD, Tukey became Math Instructor at Princeton and two years later Assistant Professor of Mathematics. By then, the US was engaged in World War II, and like many other leading academic institutions at that time, Princeton was involved in research to support the war effort.

The Fire Control Research Office under the direction of Merrill Flood was located in Princeton, and Tukey joined the office as Consultant in 1941. The office worked on practical problems of warfare, and these led to the use of statistics and association with statisticians such as Charlie Winsor, whom Tukey credits with converting his interests toward statistics.

- 21- Which of the following statements is true?
- 1) Tukey’s thesis was later published as a book.
  - 2) Tukey earned his BS in chemistry at Princeton.
  - 3) Tukey earned his PhD in chemistry at Brown University.
  - 4) Tukey majored in mathematics at Brown University.



- 29- The word "their" in paragraph 3 refers to -----.
- 1) entire careers  
2) isolated years  
3) years X, Y, and Z  
4) the two players
- 30- The sentence "An example from baseball can help to illustrate" functions as the ----- in the passage.
- 1) last sentence of paragraph 1  
2) last sentence of paragraph 2  
3) first sentence of paragraph 3  
4) last sentence of paragraph 3

دروس پایه (ریاضی عمومی (۱ و ۲)، مبنای ماتریس‌ها و جبر خطی، مبنای آنالیز ریاضی و مبنای احتمال):

۳۱- تعداد و محل تقریبی ریشه‌های حقیقی معادله  $x(x-1)(x-2) = 1$ ، کدام است؟

- (۱) تنها یک ریشه در بازه  $[0, 1]$  دارد.  
(۲) تنها یک ریشه در بازه  $[2, 3]$  دارد.  
(۳) یک ریشه در بازه  $[0, 1]$  و دو ریشه به ازای  $x \geq 2$  دارد.  
(۴) سه ریشه به ازای  $x \geq 2$  دارد.

۳۲- مقدار  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\left(1 + \frac{1}{1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right)}$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲)  $e$   
(۳) ۱  
(۴)  $+\infty$

۳۳- فاصله همگرایی سری تابعی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n} + x^{-2n} + 3}{1 + x^{2n} + x^{-2n}}$  کدام است؟

- (۱)  $|x| > 1$   
(۲)  $0 < |x| < 1$   
(۳) همواره واگرا است.  
(۴) به جز  $x = 0$  همواره همگرا است.

۳۴- معادله صفحه مماس بر رویه با معادلات پارامتری  $z = \sin u$  و  $y = \cos u \sin v$  و  $x = \cos u \cos v$  به ازای

$u = \frac{\pi}{4}$  و  $v = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

(۱)  $2x + 2y + \sqrt{2}z = 3$

(۲)  $x + y + \sqrt{2}z = 2$

(۳)  $2x + 2y + \frac{\sqrt{2}}{2}z = \frac{5}{2}$

(۴)  $x + y + \frac{\sqrt{2}}{2}z = 2$

۳۵- حاصل  $\int_1^{\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$  کدام است؟

(۱)  $\ln 2$

(۲)  $\frac{\pi}{2} + \ln 2$

(۳)  $\frac{\pi}{4} + \ln \sqrt{2}$

(۴)  $\infty$

۳۶- فرض کنید  $f$  یک تابع پیوسته و به ازای مقادیر ثابت و مثبت  $a$  و  $b$  و هر  $x \in [0, 1]$  در  $[a, b]$  قرار گیرد. اگر

$$A = \int_a^b \frac{dx}{f(x)}$$

باشد، آن گاه کدام رابطه درست است؟

(۱)  $A \geq \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \int_a^b f(x) dx$

(۲)  $A \geq \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \int_a^b f(x) dx$

(۳)  $A \leq \frac{1}{b} - \frac{1}{ab} \int_a^b f(x) dx$

(۴)  $A \leq \frac{1}{a} - \frac{1}{ab} \int_a^b f(x) dx$

۳۷- حاصل انتگرال  $\iint_D (x+1)^2 y^2 dx dy$  در ناحیه  $D$  درون مثلثی با رأس‌های  $(0, 0)$  و  $(1, -1)$  و  $(1, 1)$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{49}{90}$

(۳) ۱

(۴)  $\frac{23}{18}$

۳۸- انحناى منحنى  $r = 3 + 2 \cos \theta$  در نقطه  $(\frac{\pi}{3}, 3)$  در مختصات قطبی، کدام است؟

(۱)  $\frac{17}{13\sqrt{13}}$

(۲)  $\frac{1}{\sqrt{13}}$

(۳)  $\frac{13}{17}$

(۴)  $\frac{17}{13}$

۳۹- حاصل  $\iint_S (yzdydz + zxdzdx + xydx dy)$  که در آن  $S$  سطح کره‌ای به مرکز مبدأ مختصات به شعاع واحد است،

کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{8}$   
 (۲)  $\frac{4}{2}$   
 (۳)  $\frac{2}{4}$   
 (۴)  $\frac{8}{2}$

۴۰- فرض کنید  $V$  حجم ناحیه‌ای باشد که از اطراف به استوانه  $r = \cos \theta$ ، از بالا به مخروط  $z = 16 - \sqrt{x^2 + y^2}$  و از پایین به صفحه  $xy$  محدود است. مقدار  $V$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi - \frac{2}{9}$   
 (۲)  $2\pi - \frac{4}{9}$   
 (۳)  $4\pi - \frac{2}{9}$   
 (۴)  $4\pi - \frac{4}{9}$

۴۱- مجموعه مقادیر ویژه ماتریس  $3 \times 3$  حقیقی  $A$  برابر است با  $\{-1, i, -i\}$ . در این صورت:

- (۱)  $A^{-1} = -A^T - A - I$   
 (۲)  $A^{-1} = A^T - A - I$   
 (۳)  $A^{-1} = A^T + A - I$   
 (۴)  $A^{-1} = -A^T + A + I$

۴۲- فرض کنید  $P_f$  فضای چندجمله‌ای‌های حداکثر از درجه ۴ باضرایب حقیقی باشد. اگر

$$W = \{f(x) \in P_f \mid f(1) + f(-1) = 0 = f(2) + f(-2)\}$$

آن‌گاه بعد زیرفضای  $W$  برابر است با:

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴



۴۳- فرض کنید  $V$  یک فضای برداری با بعد متناهی روی میدان  $F$  و  $T: V \rightarrow V$  یک عملگر خطی باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $\text{Ker} T = \text{Im} T$ ، آن گاه  $T^2 = 0$ .

(۲) اگر  $\text{Ker} T = \text{Im} T$ ، آن گاه  $\text{Ker}(I + T) = \{0\}$ .

(۳) اگر  $\text{Ker} T = \text{Im} T$ ، آن گاه  $\dim_F V$  عددی زوج است.

(۴) اگر  $T \neq 0$ ،  $T^2 = 0$  و  $\dim_F V$  عددی زوج باشد آن گاه  $\text{Ker} T = \text{Im} T$ .

۴۴- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی با درایه‌های حقیقی باشند به طوری که  $A^2 \neq A$  و  $B^2 = 2B$ ، اگر

چند جمله‌ای‌های مشخصه  $A$  و  $B$  به ترتیب برابر باشند با  $x(x-1)^2$  و  $x^2(x-2)^2$ ، آن گاه چند جمله‌ای مینیمال

ماتریس بلوکی  $\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$  برابر است با:

(۱)  $x^3(x-1)^2(x-2)^2$

(۲)  $x(x-1)(x-2)$

(۳)  $x(x-1)^2(x-2)$

(۴)  $x^2(x-1)^2(x-2)^2$

۴۵- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $n \times n$  حقیقی متمایز باشند به طوری که  $AB = BA$ ، اگر  $A$  دارای  $n$  مقدار ویژه متمایز باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) هر مقدار ویژه  $A$ ، یک مقدار ویژه  $B$  است.

(۲) هر بردار ویژه  $A$ ، یک بردار ویژه  $B$  است.

(۳) حداقل یک بردار ویژه  $A$  موجود است که بردار ویژه  $B$  نیست.

(۴) حداقل یک مقدار ویژه  $A$  موجود است که مقدار ویژه  $B$  نیست.

۴۶- فرض کنید تابع حقیقی  $f$  بر  $[0, 1]$  پیوسته، بر  $(0, 1)$  مشتق‌پذیر و حدهای  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$  موجود و

متناهی باشند، کدام گزینه درست است؟

(۱) تابع  $f'$  بر  $[0, 1]$  موجود و یکنواخت پیوسته است.

(۲)  $f'$  در نقاط  $0, 1$  موجود است ولی لزوماً پیوسته نیست.

(۳) تابع  $f'$  بر  $[0, 1]$  موجود و پیوسته است ولی یکنواخت پیوسته نیست.

(۴)  $f'$  در نقاط  $0, 1$  لزوماً موجود نیست.

۴۷- فرض کنید  $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  پیوسته باشد و  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \int_0^x f(t) dt = 1$

اگر  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$ ، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$  برابر کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۰

(۳)  $\sqrt{2}$

(۴)  $\infty$

۴۸- فرض کنید  $0 < a < b$ . دنباله  $\{a_n\}$  را با ضابطه  $a_n = \begin{cases} a^{n+3} & n \text{ زوج} \\ b^{n+3} & n \text{ فرد} \end{cases}$  تعریف می‌کنیم.

فرض کنید  $\alpha = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ ،  $\beta = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$  و  $\gamma = \overline{\lim}_{x \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ . کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\gamma = \infty$  و  $\beta = 0$ ،  $\alpha = b$

(۲)  $\beta = 0$  و  $\alpha = \gamma = b$

(۳)  $\gamma = b$  و  $\alpha = \beta = a$

(۴)  $\gamma = \infty$  و  $\beta = 0$ ،  $\alpha = a$

۴۹- فرض کنید سری  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگرا و دنباله  $\{a_n\}$  نزولی است. کدام سری همگرا است؟

(۱)  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_{3^n}$

(۲)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n} a_n$

(۳)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n}} a_n$

(۴)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_1 + a_n}{n}$

۵۰- تابع  $f: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$  مفروض است. بیوستگی کدام تابع بر  $[-1, 1]$  معادل بیوستگی تابع  $f$  بر  $[-1, 1]$  است؟

(۱)  $f \circ f$

(۲)  $f^2$

(۳)  $f^3$

(۴)  $f \circ f \circ f$

۵۱- از بین اعداد دو رقمی ۹۹، ۱۱، ۱۰، یک عدد به تصادف انتخاب می‌شود. اگر بدانیم که عدد انتخاب شده زوج

است، چقدر احتمال دارد این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد؟

(۱)  $\frac{1}{6}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۵۲- با ارقام  $n, 1, 2, \dots, n$ ، چند عدد  $k$  رقمی ( $k < n$ ) که دارای ارقام تکراری باشند می توان ساخت؟

$$\frac{n!}{(n-k)!} \quad (۱)$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (۲)$$

$$n^k - \frac{n!}{(n-k)!} \quad (۳)$$

$$n^k - \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (۴)$$

۵۳- تاس A دارای ۴ وجه قرمز و ۲ وجه سفید و تاس B دارای ۴ وجه سفید و ۲ وجه قرمز است. یک سکه را پرتاب می کنیم اگر شیرآمد بازی را با تاس A و اگر خط آمد با تاس B انجام می دهیم. اگر دو پرتاب اولیه قرمز باشد، احتمال اینکه سومین پرتاب قرمز باشد کدام است؟

$$\frac{2}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{5} \quad (۴)$$

۵۴- یک کارخانه قطعات الکتریکی قطعات خود را در بسته های  $\square$  تایی عرضه می کند. قسمت بازرسی این کارخانه ۳ قطعه از یک بسته را به طور تصادفی انتخاب می کند اگر هر ۳ قطعه سالم باشد آن بسته را روانه بازار می کند. حال اگر ۳۰ درصد از بسته ها شامل ۴ قطعه خراب و بقیه آن ها شامل یک قطعه خراب باشند، چند درصد از بسته ها روانه بازار می شود؟

$$۵۴ \quad (۱)$$

$$۵۲ \quad (۲)$$

$$۴۸ \quad (۳)$$

$$۵۰ \quad (۴)$$

۵۵- یک سکه سالم ۲۰ بار پرتاب می شود. احتمال پیشامد اینکه حداقل ۳ شیر پشت سرهم باشند برابر  $۰/۷۸۷۰$  است. همچنین احتمال اینکه حداقل ۳ شیر پشت سرهم باشند یا حداقل ۳ خط پشت سرهم باشند برابر  $۰/۹۷۹۱$  است. احتمال آمدن حداقل ۳ شیر پشت سرهم و حداقل ۲ خط پشت سرهم چقدر است؟

$$۰/۵۹۴۹ \quad (۱)$$

$$۰/۷۸۷۰ \quad (۲)$$

$$۰/۸۹۲۱ \quad (۳)$$

$$۰/۶۰۴۹ \quad (۴)$$

دروس تخصصی ۱ (احتمال (۲و۱)، آمار ریاضی (۲و۱)):

۵۶ کیسه‌ای شامل تعدادی تاس است. ۲۰٪ تاس‌ها چهاروجهی، ۵۰٪ آن‌ها شش‌وجهی و ۳۰٪ مابقی هشت‌وجهی است. تمام وجه‌ها شماره‌گذاری شده‌اند. به تصادف تاسی از این کیسه خارج و پرتاب می‌کنیم. اگر  $X$  شماره وجه ظاهر شده باشد،  $E(X)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $\frac{3}{6}$

(۳)  $\frac{3}{7}$

(۴)  $\frac{3}{8}$

۵۷ - فرض کنید  $G_X(z)$  تابع مولد احتمال متغیر صحیح و نامنفی  $X$  باشد. مقدار احتمال اینکه  $X$  مقادیر زوج داشته باشد، کدام است؟

(۱)  $G_X(-1) + 1$

(۲)  $G_X(-1) - 1$

(۳)  $\frac{1}{2}(G_X(-1) - 1)$

(۴)  $\frac{1}{2}(G_X(-1) + 1)$

۵۸ فرض کنید  $X$  دارای تابع چگالی  $f(x) = k e^{-ax}(1 - e^{-ax})I_{(0, \infty)}(x)$ ،  $(a < \ln 2)$  باشد.  $P(X > 1)$ ، کدام است؟ ( $I_{(0, \infty)}(x)$  تابع نشانگر است.)

(۱)  $2e^{-a} - e^{-2a}$

(۲)  $\frac{1}{2a}(2e^{-a} - e^{-2a})$

(۳)  $2e^{-2a} - e^{-a}$

(۴)  $\frac{1}{2a}(2e^{-2a} - e^{-a})$

۵۹ - تجارب گذشته نشان می‌دهد که ۲۰٪ مسافری یک قطار بلیت خود را پس می‌گیرند. اگر امروز ۲۲۵ نفر بلیط گرفته باشند، آن‌گاه تقریباً چقدر احتمال دارد که حداکثر ۶۰٪ آن‌ها بلیط خود را پس بگیرند؟

(۱) صفر

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۷۵

(۴) ۱

۶۰ یک تاس سالم ۲ بار به‌طور مستقل پرتاب می‌شود. اگر متغیر تصادفی  $X$  نشان‌دهنده تفاضل اعداد مشاهده‌شده دو پرتاب باشد، گشتاور دوم  $X$  کدام است؟

(۱)  $\frac{35}{12}$

(۲)  $\frac{35}{6}$

(۳)  $\frac{91}{12}$

(۴)  $\frac{91}{6}$

۶۱- اگر  $X \sim U(0,1)$ ، امید ریاضی و چارک اول توزیع تصادفی  $Y = \frac{X}{1+X}$ ، به ترتیب کدامند؟

$$(1) \frac{1}{5}, 1 - \ln 3$$

$$(2) \frac{3}{7}, 1 - \ln 2$$

$$(3) \frac{1}{5}, 1 - \ln 2$$

$$(4) \frac{3}{7}, 1 - \ln 3$$

۶۲- فرض کنید  $X, Y$  دو متغیر تصادفی مستقل باشند که  $X \sim B(5, \frac{1}{3})$  و  $Y \sim B(10, \frac{2}{3})$  است.  $P(X=Y)$  کدام است؟

$$(1) \binom{20}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right)^{15}$$

$$(2) \binom{15}{5} \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

$$(3) \binom{20}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^{15}$$

$$(4) \binom{15}{5} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

۶۳- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3, X_4$  یک نمونه تصادفی  $n=4$  نایی از توزیع  $U(0,1)$  باشد به طوری که  $X_{(1)}$  کوچکترین و  $X_{(4)}$  بزرگترین آماره ترتیبی باشد، مقدار  $P(X_{(1)} + X_{(4)} \leq 1)$  کدام است؟

$$(1) \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{1}{3}$$

$$(3) \frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{2}{3}$$

۶۴- آزمون زبانی در اول هر ماه برگزار می‌شود، شانس موفقیت برای هر دانشجو در این آزمون  $p$  است. اگر  $n$  نفر به طور همزمان در این امتحانات شرکت کنند، احتمال اینکه اولین دانشجوی موفق، حداکثر ۴ بار امتحان داده باشد، کدام است؟

$$(1) q^{fn}$$

$$(2) q^{\delta n}$$

$$(3) 1 - q^{fn}$$

$$(4) 1 - q^{\delta n}$$

۶۵- اگر  $(X, Y) \sim N_2(5, 5, 25, 25, 0)$ ، آن گاه  $P[X^2 + Y^2 - 10(X + Y) > 25]$  کدام است؟

(۱)  $e^{-1}$

(۲)  $e^{-\frac{2}{9}}$

(۳)  $e^{-2}$

(۴)  $e^{-\frac{1}{2}}$

۶۶- تابع مولد گشتاورهای سه متغیر تصادفی  $X_1, X_2, X_3$  به صورت زیر است. مقدار  $E(X_1 | X_2 = 3)$  کدام است؟

$$M_{X_1, X_2, X_3}(t_1, t_2, t_3) = \left[ \frac{1}{9}e^{t_1} + \frac{2}{9}e^{t_2} + \frac{3}{9}e^{t_3} + \frac{1}{3} \right]^{10}$$

(۱)  $\frac{7}{9}$

(۲) ۱

(۳)  $\frac{10}{9}$

(۴) ۲

۶۷- فرض کنید  $X, Y$  دو متغیر تصادفی از توزیع نرمال دو متغیره باشند، به طوری که

$$E(Y|X=x) = 4x + 3, \quad E(X|Y=y) = \frac{1}{16}y - 3, \quad \text{Var}(X) = 1$$

(۱) ۴۸

(۲) ۶۴

(۳)  $\frac{1}{64}$

(۴) ۱۶

۶۸- فرض کنید  $X_1, X_2$  یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال استاندارد و  $U$  مستقل از  $X_1$  و  $X_2$  دارای توزیع

$$Z = UX_1 + (1-U)X_2 \quad \text{یکنواخت روی بازه } [0, 1] \text{ باشد و } \text{Var}(Z) \text{ کدام است؟}$$

(۱)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۶۹- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی حقیقی مقدار مثبت ( $\mathbb{R}^+$ ) و  $E(X^2) < \infty$  باشد، در این صورت به ازای هر

$0 < a < 1$  کدام گزینه نادرست است؟

$$(1) (1-a)E(X) \leq E(XI_{\{X \geq aE(X)\}})$$

$$(2) P(X \geq aE(X)) \geq (1-a)^2 \frac{E^2(X)}{E(X^2)}$$

$$(3) E(X) \leq E(XI_{\{X > aE(X)\}})$$

$$(4) P(X \geq aE(X)) \leq \frac{E(X^2)}{a^2 E^2(X)}$$

۷۰- فرض کنید  $Y = \begin{cases} 1 & X \geq a \\ 0 & X < a \end{cases}$ ،  $X \sim U(0, 1)$ ،  $Y$  ماکسیمم مقدار ضریب همبستگی  $X$  و  $Y$  کدام است؟

$$(1) 1$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$(3) \frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۷۱- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از تابع توزیع  $1-x^{-2}$ ،  $x > 1$  باشد، توزیع حدی

$$Y_n = \frac{1}{\sqrt{n}} X_{(n)}$$

که در آن  $X_{(n)}$  بزرگترین آماره ترتیبی می باشد، کدام است؟

$$(1) F_Y(y) = e^{-y^2}, y > 0$$

$$(2) F_Y(y) = 1 - \frac{1}{y}, y \geq 1$$

$$(3) F_Y(y) = 1 - e^{-y}, y \geq 0$$

(4) تباهیده در نقطه ۱

۷۲- اگر  $X$  یک تک مشاهده از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x / x!}{1 - e^{-\lambda}}, \lambda > 0, x = 1, 2, 3, \dots$$

کدام برآوردگر برای  $1 - e^{-\lambda}$  ناریب است؟ ( $I_{(.)}(X)$  تابع نشانگر است.)

$$(1) 2 - 2I_{\{1, 3, 5, \dots\}}(X)$$

$$(2) 2(1 - e^{-X})$$

$$(3) 2 - 2I_{\{2, 4, 6, \dots\}}(X)$$

$$(4) 1 - e^{-X}$$

۷۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \theta & x = -1 \\ (1-\theta)^r \theta^x & x = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (0 < \theta < 1)$$

برآورد گشتاوری  $\theta$  کدام است؟  $(\bar{X}^r = \frac{1}{n} \sum X_i^r)$  تابع نشانگر است.

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{-1\}}(X_i) \quad (۱)$$

$$\frac{\bar{X}}{1 + \bar{X}} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i I_{\{0, 1, 2, \dots\}}(X_i) \quad (۳)$$

$$\frac{\bar{X}^r}{r + \bar{X}^r} \quad (۴)$$

۷۴- اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیعی با تابع چگالی زیر باشد:

$$f_{\theta}(x) = \theta e^{-x} (1 - e^{-x})^{\theta-1}, \quad x > 0, \theta > 0$$

MLE پارامتر  $e^{-\theta}$  کدام است؟

$$\prod_{i=1}^n e^{-X_i} \quad (۲)$$

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n (1 - e^{-X_i})} \quad (۱)$$

$$\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n e^{X_i}} \quad (۴)$$

$$\prod_{i=1}^n (1 - e^{-X_i}) \quad (۳)$$

۷۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $N(0, \sigma^2)$  باشد و قرار دهید  $\bar{X}^r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^r$  و

$$S^r = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^r$$

در این صورت  $\text{Cov}(S^r, \bar{X}^r)$  کدام است؟

$$\frac{r\sigma^r}{n} \quad (۱)$$

$$\frac{r\sigma^r}{n} \quad (۲)$$

$$\frac{r\sigma^r}{n} \quad (۳)$$

$$\frac{r\sigma^r}{n} \quad (۴)$$



۷۶ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین  $\theta$  ( $\theta > 0$ ) باشد، امید ریاضی

$$\left( \frac{\sum_{i=1}^n i X_i}{\sum_{i=1}^n X_i} \right)^2 \quad \text{کدام است؟}$$

$$\frac{\gamma n^2 + 3n + 2}{12} \quad (1)$$

$$\frac{3n^2 + \gamma n + 2}{12} \quad (2)$$

$$\frac{\gamma n^2 + 3n + 2}{6} \quad (3)$$

$$\frac{3n^2 + \gamma n + 2}{6} \quad (4)$$

۷۷ فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت با تابع چگالی احتمال زیر است.

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 < x < \theta, \theta > 1 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$$

اگر  $Y = \text{Max}\{X_1, \dots, X_{10}\}$ ، آنگاه کدام گزاره درست است؟

(۱)  $Y$  آماره بسنده و کامل است.

(۲)  $Y$  آماره بسنده ولی کامل نیست.

(۳)  $Y$  آماره کامل ولی بسنده نیست.

(۴)  $Y$  آماره بسنده و کامل نیست.

۷۸- فرض کنید برای  $1 \leq i \leq n$  متغیرهای تصادفی  $X_i$  از یکدیگر مستقل بوده و دارای توزیع پواسن با میانگین  $i\theta$

باشند. آماره بسنده مینیمال برای  $\theta$  کدام است؟

$$\sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n i X_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n i \ln X_i \quad (3)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n i X_i \right) \quad (4)$$

۷۹ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $N(\mu, 1)$  باشد. در این صورت UMVUE پارامتر  $\mu^3$  کدام است؟

$$\bar{X}^3 + \frac{3\bar{X}}{n} \quad (1)$$

$$\bar{X}^3 - \frac{3\bar{X}}{n} \quad (2)$$

$$\bar{X}^3 + \frac{3\bar{X}^2}{n} \quad (3)$$

$$\bar{X}^3 - \frac{3\bar{X}^2}{n} \quad (4)$$

۸۰ - اگر  $X_1, X_2, X_3$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $U\left(\frac{1}{9}, \theta\right)$  باشد، فاصله اطمینان ۹۹٪ برای  $\theta$  کدام است؟

$$(X_{(2)} - 1, 1 \circ X_{(2)}) \quad (1)$$

$$(X_{(2)}, 9X_{(2)} - 1) \quad (2)$$

$$(X_{(2)}, 1 \circ X_{(2)} - 1) \quad (3)$$

$$(X_{(2)} - 1, 9X_{(2)}) \quad (4)$$

۸۱ - اگر  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، براساس آماره بسنده مینیمال، یک فاصله اطمینان در سطح  $(1-\alpha)$  برای  $\theta$  کدام است؟ ( $X_{(1)}$  اولین آماره ترتیبی است).

$$f_{\theta}(x) \begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3} & \theta < x \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\left( \frac{(\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}}{X_{(1)}}, \frac{(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}}{X_{(1)}} \right) \quad (1)$$

$$\left( (\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}} X_{(1)}, (1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}} X_{(1)} \right) \quad (2)$$

$$\left( \frac{(\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}}{X_{(1)}}, \frac{(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}}{X_{(1)}} \right) \quad (3)$$

$$\left( (\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}} X_{(1)}, (1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}} X_{(1)} \right) \quad (4)$$

۸۲- فرض کنید  $X$  یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_{\theta}(x) = 1 - \theta^2 \left( x - \frac{1}{2} \right) \quad 0 < x < 1, \quad -1 < \theta < 1$$

ناحیه رد آزمون نسبت درست‌نمایی  $\Pi_0: \theta = 0$  در مقابل  $\Pi_1: \theta \neq 0$  برای هر  $\alpha$  ی کوچک، کدام است؟

$$\left\{ \left| x - \frac{1}{2} \right| < \alpha \right\} \quad (1)$$

$$\{ x < \alpha \} \quad (2)$$

$$\{ x > \alpha \} \quad (3)$$

$$\left\{ \left| x - \frac{1}{2} \right| > \alpha \right\} \quad (4)$$

۸۳- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال  $f(x)$  باشد. دو تابع چگالی  $f_0(x)$  و  $f_1(x)$  را به شکل زیر در نظر می‌گیریم.

$$f_0(x) = \begin{cases} \frac{3}{64} x^2 & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{3}{16} \sqrt{x} & 0 < x < 4 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

اگر  $c$  نقطه بحرانی پرتوان‌ترین آزمون (MPT) آزمون  $\Pi_0: f(x) = f_0(x)$  در مقابل  $\Pi_1: f(x) = f_1(x)$  باشد، توان این آزمون کدام است؟

$$\left( \frac{1}{64} c^3 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\left( \frac{1}{16} c^3 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{64} c^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{16} c^2 \quad (4)$$

۸۴- فرض کنید  $X$  نمونه‌ای از توزیع گسسته  $P_\theta$  باشد که در آن  $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$  می‌خواهیم آزمون  $\Pi_0: \theta = \theta_0$  در مقابل  $H_1: \theta = \theta_1$  را انجام دهیم. توان‌ترین آزمون در سطح  $0.05$  کدام است؟

$P_\theta \backslash x$	۰	۱	۲	۳	۴
$P_{\theta_0}$	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۵	۰/۴۴
$P_{\theta_1}$	۰/۰۲	۰/۱	۰/۵۱	۰/۳	۰/۰۷

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & x = 0, 1 \\ 0.7 & x = 2 \\ 0 & x = 3, 4 \end{cases} \quad \phi(x) = \begin{cases} 0.1 & x = 3 \\ 0 & x = 0, 1, 2, 4 \end{cases} \quad (1)$$

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & x = 1, 2 \\ 0 & x = 0, 3, 4 \end{cases} \quad \phi(x) = \begin{cases} 1 & x = 2 \\ 0.7 & x = 3 \\ 0 & x = 0, 1, 4 \end{cases} \quad (3)$$

۸۵- فرض کنید  $f_\theta(x)$  تابع چگالی احتمال توزیع  $N(\theta, 1)$  باشد و  $0 \leq p \leq 1$ ،  $g_p(x) = pf_1(x) + (1-p)f_0(x)$  در آزمون  $H_0: p = 0$  در مقابل  $H_1: p > 0$ ، براساس تک مشاهده  $x$  ناحیه بحرانی پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) به اندازه  $\alpha$  برابر کدام است؟  $(P(Z \leq z_\alpha) = \alpha)$

$$x > z_{1-\alpha} \quad (1)$$

$$x < z_{1-\alpha} \quad (2)$$

$$x > z_\alpha \quad (3)$$

$$x < z_\alpha \quad (4)$$

۸۶- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x > 0, \quad \theta > 0$$

برای آزمون فرض  $H_0: \theta \leq \theta_0$  در مقابل  $H_1: \theta > \theta_0$ ، ناحیه قبول آزمون UMP، در سطح معنی‌داری  $\alpha$  برای اندازه نمونه‌های بزرگ کدام است؟  $(\Phi(z_\alpha) = \alpha)$

$$\bar{X} \geq \frac{2n + z_\alpha \sqrt{2}}{n\theta_0} \quad (1)$$

$$\bar{X} \geq \frac{2\sqrt{n} + z_\alpha}{\sqrt{n}\theta_0} \quad (2)$$

$$\bar{X} \geq \frac{2\sqrt{n} + z_\alpha \sqrt{2}}{\sqrt{n}\theta_0} \quad (3)$$

$$\bar{X} \geq \frac{2n + z_\alpha}{n\theta_0} \quad (4)$$

۸۷- فرض کنید برای  $X_i \sim N(i\mu, 1), i = 1, 2, \dots, n$  و  $X_i$  ها از هم مستقل باشند. برای آزمون  $H_0: \mu \leq 0$  در مقابل  $H_1: \mu > 0$  به طور یکنواخت پرتوان ترین آزمون در سطح  $\alpha$  کدام است؟  $(P(Z > z_\alpha) = \alpha)$

$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^n iX_i > z_\alpha \sum_{i=1}^n i^2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^n iX_i > z_\alpha \sqrt{\sum_{i=1}^n i^2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^n iX_i > \frac{z_\alpha}{\sum_{i=1}^n i^2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (3)$$

$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^n iX_i > \frac{z_\alpha}{\sqrt{\sum_{i=1}^n i^2}} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (4)$$

دروس تخصصی ۲ (نمونه گیری (۱ و ۲) و رگرسیون ۱):

۸۸  $SRSWR_m$  را به عنوان یک طرح نمونه گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم  $m$  در نظر بگیرید.

کدام یک از طرح های زیر یک طرح  $SRSWR_n$  نیست؟ (اندازه جامعه  $N$ )

(۱) یک  $SRSWR_{n_1}$  از جامعه گرفته، سپس به جامعه بازگردانده می شود و مستقل از آن یک  $SRSWR_{n_2}$  از

جامعه می گیریم  $(n = n_1 + n_2)$  و دو نمونه را به عنوان یک نمونه در نظر می گیریم.

(۲) یک  $SRSWR_{N-n}$  گرفته و  $n$  عضو باقیمانده را به عنوان نمونه نهایی در نظر می گیریم.

(۳) ابتدا یک  $SRSWR_{n^*}$  از جامعه گرفته  $(n^* > n)$  و سپس یک  $SRSWR_n$  از داخل آن می گیریم.

(۴) یک  $SRSWR_{n_1}$  از جامعه گرفته و از باقیمانده جمعیت  $(N - n_1)$  عضوی یک  $SRSWR_{n_2}$  می گیریم

$(n = n_1 + n_2)$  و دو نمونه را به عنوان یک نمونه در نظر می گیریم.

۸۹- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم  $n$  از جامعه‌ای به حجم  $N$ ، اگر حجم نمونه را دو برابر کنیم آن‌گاه کارآیی برآوردگر ناریب نسبت جامعه ۳ برابر می‌شود. در این صورت کسر نمونه‌گیری  $\left(\frac{n}{N}\right)$  کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{۱۲} \quad (۴)$$

۹۰- اگر در جامعه‌ای به حجم  $N$  دقت نسبی نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری نسبت به نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری در برآورد تعداد کل اعضای جامعه برابر با  $a$  و  $a < 1$  باشد، برآورد حجم نمونه کدام است؟

$$(1-a)N - a \quad (۱)$$

$$(1-a)N + a \quad (۲)$$

$$aN - (1-a) \quad (۳)$$

$$aN + (1-a) \quad (۴)$$

۹۱- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری از جامعه‌ای به حجم  $N = 15$ ، چقدر احتمال دارد در یک نمونه  $n = 10$  تایی واحدهای اول و دوم جامعه در نمونه انتخاب شوند به شرط آنکه بدانیم واحد سوم جامعه در نمونه قرار نمی‌گیرد؟

$$\frac{45}{91} \quad (۱)$$

$$\frac{45}{105} \quad (۲)$$

$$\frac{46}{91} \quad (۳)$$

$$\frac{46}{105} \quad (۴)$$

۹۲- جامعه‌ای شامل ۱۰۰۰ نفر در قالب ۲۵۰ خانوار و هر خانوار دارای یک سرپرست می‌باشد. به طور تصادفی ساده با جایگذاری ۲ نفر از جامعه انتخاب و از فرد انتخاب‌شده تعداد اعضای خانوار، سن سرپرست و مجموع سن افراد خانوار وی سوال شده است. داده‌ها در جدول زیر آمده است. برآوردگر ناریب میانگین سن افراد جامعه و میانگین سن سرپرستان به ترتیب کدامند؟

تعداد اعضای خانوار	سن سرپرست	مجموع سن اعضای خانوار
۷	۸۴	۲۱۰
۵	۶۰	۱۸۰

$$۴۸ \text{ و } ۳۳ \quad (۴)$$

$$۷۷ \text{ و } ۳۳ \quad (۳)$$

$$۴۸ \text{ و } ۳۶ \quad (۲)$$

$$۷۷ \text{ و } ۳۶ \quad (۱)$$

۹۳- از جامعه‌ای متناهی شامل  $N$  عنصر، یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم  $n_1$  انتخاب و میانگین نمونه را با  $\bar{X}_{S_1}$  نشان می‌دهیم. سپس یک نمونه تصادفی ساده به حجم  $n_2$  ( $n_2 < n_1$ ) به روش بدون جایگذاری از نمونه اولیه انتخاب و میانگین نمونه را با  $\bar{X}_{S_2}$  نشان می‌دهیم. در این صورت  $Cov(\bar{X}_{S_1}, \bar{X}_{S_2})$  کدام است؟

$$(1) \left(1 - \frac{n_2}{N}\right) \frac{S^2}{n_2}$$

$$(2) \left(1 - \frac{n_2}{N}\right) \frac{S^2}{n_1}$$

$$(3) \left(1 - \frac{n_1}{N}\right) \frac{S^2}{n_1}$$

$$(4) \left(1 - \frac{n_1}{N}\right) \frac{S^2}{n_2}$$

۹۴- در جامعه‌ای شامل ۳ طبقه، اگر حجم نمونه بهینه و حجم نمونه متناسب برای طبقه اول یکسان باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ (هزینه نمونه‌گیری برای هر واحد در تمام طبقات یکسان است و  $W_i$  وزن طبقه  $i$  ام جامعه است.)

$$(1) W_2 S_2 = W_1 S_1 + W_3 S_3$$

$$(2) W_3 S_3 = W_1 S_1 + W_2 S_2$$

$$(3) S_1 = S_2 + \frac{W_2}{1 - W_1} (S_2 - S_3)$$

$$(4) S_1 = S_2 + \frac{W_3}{1 - W_1} (S_2 - S_3)$$

۹۵- در یک نمونه‌گیری با طبقه‌بندی تابع هزینه به صورت  $C = \sum_{i=1}^2 c_i n_i$  است.  $n_i$  حجم نمونه در طبقه  $i$  و  $c_i$  هزینه تهیه یک واحد نمونه در طبقه  $i$  است. اگر  $w_i$  و  $p_i$  به ترتیب وزن و نسبت صفت مورد نظر در طبقه  $i$  باشد داریم:

طبقه $i$ ام	$w_i$	$p_i$	$c_i$
۱	۰/۴	۰/۵	۱۰۰
۲	۰/۶	۰/۵	۴۰۰

اگر  $n$  حجم کل نمونه باشد در این صورت برای واریانس تثبیت شده برآورد نسبت جامعه، مقدار هزینه کل  $C$

کمینه است هرگاه  $\frac{n_1}{n}$  برابر کدام مقدار باشد؟

$$(1) \frac{2}{7}$$

$$(2) \frac{4}{7}$$

$$(3) \frac{4}{8}$$

$$(4) \frac{2}{8}$$

۹۶- جامعه‌ای با ۴ خوشه با حجم یکسان ۱۰ به شرح زیر را در نظر بگیرید:

شماره خوشه	۱	۲	۳	۴
میانگین خوشه $(\bar{Y}_i)$	۲	۴	۱	۱
واریانس خوشه $(S_i^2)$	۱	۲/۱	۳/۹	۱

اگر برای برآورد میانگین جامعه ۲ خوشه به تصادف انتخاب شوند و سپس از هر خوشه ۵ نمونه انتخاب گردد واریانس برآورد میانگین جامعه کدام است؟

(۱)  $0/4$

(۲)  $0/5$

(۳)  $0/6$

(۴)  $0/7$

۹۷- در یک نمونه‌گیری به روش سیستماتیک از جامعه‌ای به حجم ۲۱ نمونه‌ای به حجم ۵ استخراج کرده‌ایم. اگر مجموع مقادیر نمونه به دست آمده برابر ۲۵ باشد، برآوردگر نارایب میانگین جامعه کدام است؟

(۱)  $\frac{100}{21}$

(۲)  $\frac{101}{20}$

(۳)  $\frac{100}{20}$

(۴)  $\frac{101}{21}$

۹۸- در یک نمونه سیستماتیک  $(N = nk)$  می‌دانیم حجم جامعه برابر ۲۰ و گام سیستماتیک برابر ۵ است. اگر عناصر نمونه سیستماتیک ۴ و ۱ و ۲ و ۵ باشند در مورد برآورد واریانس برآوردگر نارایب میانگین جامعه و ارببی آن کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $(\frac{4}{3}, \text{نارایب})$

(۲)  $(\frac{5}{6}, \text{ارایب})$

(۳)  $(\frac{2}{3}, \text{ارایب})$

(۴)  $(\frac{5}{6}, \text{نارایب})$

۹۹- فرض کنید  $y$  صفت اصلی و  $x$  صفت کمکی در یک جامعه باشد. برای برآورد  $R_N = \frac{\bar{y}_N}{\bar{x}_N}$  از مقدار نمونه‌ای

$R_n = \frac{\bar{y}_n}{\bar{x}_n}$  استفاده می‌شود. تحت چه شرایطی  $R_n$  برآورد نارایب  $R_N$  خواهد بود؟

(۱) اگر  $R_n$  و  $\bar{x}_n$  ناهمبسته باشند.

(۲) اگر  $R_n$  و  $\bar{y}_n$  ناهمبسته باشند.

(۳) اگر  $\bar{y}_n$  و  $\bar{x}_n$  هر دو به ترتیب برآورد نارایب  $\bar{y}_N$  و  $\bar{x}_N$  باشند.

(۴) اگر  $\bar{y}_n$  و  $\bar{x}_n$  ناهمبسته و هر دو به ترتیب برآورد نارایب  $\bar{y}_N$  و  $\bar{x}_N$  باشند.



- ۱۰۰- در نمونه‌گیری طبقه‌ای در صورتی که میانگین معمولی همه مشاهدات را به‌عنوان برآوردگر میانگین جامعه در نظر بگیریم، آن‌گاه این برآوردگر در چه شرایطی ناریب است؟
- (۱) فقط اگر کسر نمونه‌گیری در همه طبقات برابر باشد.
  - (۲) اگر تخصیص برابر باشد یا کسر نمونه‌گیری در همه طبقات برابر باشد.
  - (۳) فقط اگر میانگین طبقات جامعه با یکدیگر برابر باشند.
  - (۴) اگر تخصیص متناسب باشد یا میانگین طبقات جامعه با یکدیگر برابر باشد.
- ۱۰۱- مطالعاتی در خصوص عوامل مؤثر بر اندازه منزل مسکونی در یک منطقه انجام و متغیرهای مستقل مورد استفاده عبارتند از درآمد خانواده (Income X1)، اندازه خانواده (Size X2) و میزان تحصیلات سرپرست خانواده (School X3). نتیجه در جدول زیر آمده است. براساس این جدول مدل برازش شده مناسب کدام است؟

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value
Intercept	-۱٫۶۳۳۵	۵٫۸۰۷۸	-۰٫۲۸۱	۰٫۷۷۹۸
Income	۰٫۴۴۸۵	۰٫۱۱۳۷	۳٫۹۵۵	۰٫۰۰۰۳
Size	۴٫۲۶۱۵	۰٫۸۰۶۲	۵٫۲۸۶	۰٫۰۰۰۱
School	-۰٫۶۵۱۷	۰٫۴۳۱۹	-۱٫۵۰۹	۰٫۱۳۸۳

$$\hat{y} = 0.4485X_1 + 4.2615X_2 \quad (1)$$

$$\hat{y} = 0.4485X_1 + 4.2615X_2 - 0.6517X_3 \quad (2)$$

$$\hat{y} = -1.6335 + 0.4485X_1 + 4.2615X_2 \quad (3)$$

$$\hat{y} = -1.6335 + 0.4485X_1 + 4.2615X_2 - 0.6517X_3 \quad (4)$$

- ۱۰۲- در مدل رگرسیونی با ۳ متغیر مستقل اگر فرض  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  رد شود، نتیجه می‌گیریم که:

(۱) هر سه متغیر مستقل دارای شیب صفر هستند.

(۲) بین متغیر وابسته و تمامی متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

(۳) بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود ندارد.

(۴) بین متغیر وابسته و حداقل یکی از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

- ۱۰۳- مدل رگرسیونی  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i (i = 1, \dots, 6)$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$  که در آن  $\hat{\alpha}$  و

$\hat{\beta}$  برآوردگرهای کمترین توان‌های دوم خطای  $\alpha$  و  $\beta$  هستند. اگر  $\sum_{i=1}^6 y_i(\hat{y}_i - \bar{y}) = 10.8$  و مقدار آماره

آزمون معناداری شیب خط رگرسیون برابر ۶ باشد، آنگاه مجموع مربعات کل (SST) مدل رگرسیون کدام است؟

(۱) ۱٫۲

(۲) ۱۲

(۳) ۹

(۴) ۱۰

۱۰۴- مدل رگرسیونی  $\hat{y}_i = 1 + 0.5x_i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ) را به روش کمترین توان‌های دوم خطا برازش داده‌ایم. اگر

$$\sum_{i=1}^{10} \hat{y}_i^2 = 42.5 \text{ و } \sum_{i=1}^{10} y_i = 15$$

(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۱۵

(۴) ۰/۸۵

۱۰۵- اگر در یک مدل رگرسیونی شامل عرض از مبدا و ۵ متغیر مستقل و ۳۰ مشاهده، بخواهیم آزمون فرض

$$H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5$$

(۱) ۳ و ۲۴ درجه آزادی

(۲) ۲ و ۲۴ درجه آزادی

(۳) ۲ و ۲۵ درجه آزادی

(۴) ۲ و ۲۵ درجه آزادی

۱۰۶- در روش رگرسیون گام به گام، چنانچه متغیرهای مستقل  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_3$  در مدل وجود داشته باشند و

$$F_{0.05}(1, 9) = 1.51 \text{ و اطلاعات زیر موجود باشد:}$$

$$F^* = \frac{MSR(b_1 | b_2, b_3)}{MSE(b_1, b_2, b_3)} = 142.48$$

$$F^* = \frac{MSR(b_2 | b_1, b_3)}{MSE(b_1, b_2, b_3)} = 4.77$$

$$F^* = \frac{MSR(b_3 | b_1, b_2)}{MSE(b_1, b_2, b_3)} = 1.76$$

کدام متغیر مستقل باید حذف گردد؟

(۱)  $X_1$ (۲)  $X_2$ (۳)  $X_3$ 

(۴) هیچ کدام

۱۰۷- در نخستین مرحله انتخاب مدل رگرسیونی به روش گام به گام داریم:

$$F^* = \frac{MSR(b_1)}{MSE(b_1)} = 12.34 \text{ و } F^* = \frac{MSR(b_2)}{MSE(b_2)} = 22.29$$

$$F^* = \frac{MSR(b_3)}{MSE(b_3)} = 4.36 \text{ و } F^* = \frac{MSR(b_4)}{MSE(b_4)} = 23.13$$

اگر  $F_{0.01}(1, 11) = 2.23$ . آنگاه کدام متغیر باید اضافه شود؟

(۱)  $X_1$ (۲)  $X_2$ (۳)  $X_3$ (۴)  $X_4$

۱۰۸- مدل رگرسیونی خطی ساده  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$  برای  $i = 1, \dots, n$  را با فرض استقلال و هم توزیعی مؤلفه‌های خطا با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  در نظر بگیرید که  $x_i$ ها استاندارد شده‌اند. امید ریاضی مجموع توان دوم کل (SST) کدام است؟

$$(1) (n-1)\sigma^2$$

$$(2) (n-2)\sigma^2 + \beta_1^2$$

$$(3) (n-1)(\sigma^2 + \beta_1^2)$$

$$(4) (n-2)\sigma^2$$

۱۰۹- در مدل رگرسیونی  $Y = \theta + \varepsilon$  که در آن  $\varepsilon \sim N(\varepsilon, \sigma^2 \mathbf{I}_\varepsilon)$  و  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = 0$ ، آماره  $F$  برای آزمون  $H_0: \theta_1 = \theta_2$  کدام است؟

$$(1) \frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2}$$

$$(2) \frac{2(y_2 - y_4)^2}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2}$$

$$(3) \frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_3 + y_4)^2}$$

$$(4) \frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_1 + y_2 - y_3 - y_4)^2}$$

۱۱۰- مدل رگرسیونی  $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i (i = 1, \dots, n)$  را در نظر بگیرید که در آن  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ . اگر  $\hat{\sigma}^2$  و  $\tilde{\sigma}^2$  به ترتیب برآوردگرهای ماکسیمم درست‌نمایی و کمترین توان‌های دوم خطا برای  $\sigma^2$  باشند، آنگاه  $E(\hat{\sigma}^2 \tilde{\sigma}^2)$  کدام است؟

$$(1) \frac{\sigma^2}{2}$$

$$(2) \sigma^2$$

$$(3) \sigma^4$$

$$(4) \sigma^2$$



### مشاهده کلید اولیه سوالات آزمون کارشناسی ارشد 1400

به اطلاع می‌رساند، کلید اولیه سوالات که در این سایت قرار گرفته است، غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 1399/05/22 با مراجعه به سامانه پاسخگویی اینترنتی (request.sanjesh.org) نسبت به تکمیل فرم "اعتراض به کلید سوالات"/"آزمون کارشناسی ارشد سال 1400" اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط تا تاریخ مذکور و از طریق فرم ذکر شده دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر (نامه مکتوب یا فرم عمومی در سامانه پاسخگویی و ...) یا پس از تاریخ اعلام شده رسیدگی نخواهد شد.

گروه امتحانی		نوع دفترچه		عنوان دفترچه	
گروه علوم پایه		A		امار	

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	3	31	2	61	3	91	1	121	سفید	151	سفید
2	1	32	3	62	4	92	4	122	سفید	152	سفید
3	4	33	3	63	3	93	3	123	سفید	153	سفید
4	3	34	2	64	3	94	4	124	سفید	154	سفید
5	2	35	3	65	2	95	2	125	سفید	155	سفید
6	1	36	4	66	2	96	3	126	سفید	156	سفید
7	3	37	2	67	1	97	1	127	سفید	157	سفید
8	2	38	1	68	4	98	3	128	سفید	158	سفید
9	4	39	1	69	3	99	1	129	سفید	159	سفید
10	1	40	4	70	4	100	4	130	سفید	160	سفید
11	4	41	1	71	1	101	1	131	سفید	161	سفید
12	3	42	3	72	1	102	4	132	سفید	162	سفید
13	2	43	4	73	4	103	2	133	سفید	163	سفید
14	1	44	3	74	3	104	3	134	سفید	164	سفید
15	4	45	2	75	1	105	1	135	سفید	165	سفید
16	1	46	1	76	2	106	4	136	سفید	166	سفید
17	3	47	4	77	2	107	4	137	سفید	167	سفید
18	4	48	1	78	1	108	3	138	سفید	168	سفید
19	1	49	2	79	4	109	1	139	سفید	169	سفید
20	2	50	3	80	3	110	2	140	سفید	170	سفید
21	1	51	2	81	4	111	سفید	141	سفید	171	سفید
22	3	52	3	82	2	112	سفید	142	سفید	172	سفید
23	4	53	4	83	1	113	سفید	143	سفید	173	سفید
24	4	54	1	84	4	114	سفید	144	سفید	174	سفید
25	3	55	1	85	1	115	سفید	145	سفید	175	سفید
26	1	56	2	86	3	116	سفید	146	سفید	176	سفید
27	2	57	4	87	2	117	سفید	147	سفید	177	سفید
28	2	58	1	88	1	118	سفید	148	سفید	178	سفید
29	4	59	1	89	2	119	سفید	149	سفید	179	سفید
30	1	60	2	90	2	120	سفید	150	سفید	180	سفید
شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
181	سفید	211	سفید	241	سفید	271	سفید	301	سفید		
182	سفید	212	سفید	242	سفید	272	سفید	302	سفید		
183	سفید	213	سفید	243	سفید	273	سفید	303	سفید		
184	سفید	214	سفید	244	سفید	274	سفید	304	سفید		
185	سفید	215	سفید	245	سفید	275	سفید	305	سفید		
186	سفید	216	سفید	246	سفید	276	سفید	306	سفید		
187	سفید	217	سفید	247	سفید	277	سفید	307	سفید		
188	سفید	218	سفید	248	سفید	278	سفید	308	سفید		
189	سفید	219	سفید	249	سفید	279	سفید	309	سفید		
190	سفید	220	سفید	250	سفید	280	سفید	310	سفید		
191	سفید	221	سفید	251	سفید	281	سفید	311	سفید		
192	سفید	222	سفید	252	سفید	282	سفید	312	سفید		
193	سفید	223	سفید	253	سفید	283	سفید	313	سفید		
194	سفید	224	سفید	254	سفید	284	سفید	314	سفید		
195	سفید	225	سفید	255	سفید	285	سفید	315	سفید		

196	سفید	226	سفید	256	سفید	286	سفید	316	سفید
197	سفید	227	سفید	257	سفید	287	سفید	317	سفید
198	سفید	228	سفید	258	سفید	288	سفید	318	سفید
199	سفید	229	سفید	259	سفید	289	سفید	319	سفید
200	سفید	230	سفید	260	سفید	290	سفید	320	سفید
201	سفید	231	سفید	261	سفید	291	سفید		
202	سفید	232	سفید	262	سفید	292	سفید		
203	سفید	233	سفید	263	سفید	293	سفید		
204	سفید	234	سفید	264	سفید	294	سفید		
205	سفید	235	سفید	265	سفید	295	سفید		
206	سفید	236	سفید	266	سفید	296	سفید		
207	سفید	237	سفید	267	سفید	297	سفید		
208	سفید	238	سفید	268	سفید	298	سفید		
209	سفید	239	سفید	269	سفید	299	سفید		
210	سفید	240	سفید	270	سفید	300	سفید		

خروج