209

B

209B

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

عصر چهارشنبه
۹۰/۱۱/۲۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ــ سال ۱۳۹۱

مجموعه آمار ــ کد ۱۲۰۷

تعداد سؤال: ۱۶۰ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	علوم اقتصادی و اجتماعی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	آمار کاربردی(روش‌های آماری- رگرسیون- نمونه‌گیری)	۴۵	۵۱	۹۵
۴	آمار نظری(احتمال و کاربرد آن- آمار ریاضی ۱ و ۲)	۴۵	۹۶	۱۴۰
۵	ریاضی(ریاضی عمومی- آنالیز ریاضی ۱)	۲۰	۱۴۱	۱۶۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

PART A: Vocabulary

***Directions*: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.**

1- She emanated worldliness and the selfishness of one who is ..... to everything but her own needs and caprices.
1) visible 2) compensatory 3) available 4) indifferent

2- Concrete blocks were piled high to ..... the government center.
1) fortify 2) reveal 3) circulate 4) overlap

3- All sound has three .....: pitch, volume, and duration.
1) impacts 2) merits 3) properties 4) realms

4- One of Britain's most ..... criminals has escaped from prison.
1) meritorious 2) notorious 3) indigenous 4) industrious

5- By the 1930s the wristwatch had almost completely ..... the pocket watch.
1) devised 2) thwarted 3) supplanted 4) founded

6- She cared for her stepmother with unfailing ..... throughout her long illness.
1) devotion 2) conformity 3) defect 4) prevalence

7- Ryan needed ..... agreement to bring his proposal up for a vote.
1) contentious 2) adjacent 3) deliberate 4) unanimous

8- With so much water having ..... its exterior, the engine was effectively ruined.
1) varnished 2) penetrated 3) inhabited 4) exceeded

9- Considering the ..... of his injuries, he's lucky to be alive.
1) hurdle 2) divergence 3) extent 4) symptom

10- They intend to keep their force there in the region to ..... compliance with the treaty.
1) verify 2) recollect 3) seize 4) conquer

PART B: Cloze Test

***Directions*: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.**

The extensive fossil record of genera and species is testimony that dinosaurs were diverse animals, (11) ..... lifestyles and adaptations. Their remains (12) ..... in sedimentary rock layers (strata) dating to the Late Triassic Period (227 million to 206 million years ago). The abundance of their fossilized bones is substantive proof (13) ..... dinosaurs were the dominant form of terrestrial animal life during the Mesozoic Era (248 million to 65 million years ago). It is likely that the known remains (14) ..... a very small fraction (probably less than 0.0001 percent) of all the individual dinosaurs (15) ..... .

11- 1) and widely various 2) with widely varying
3) with wide varieties 4) and varying with wide

12- 1) found 2) that are found 3) are found 4) have found

13- 1) whether 2) if 3) when 4) that

14- 1) representing 2) representative of 3) a representation of 4) represent

15- 1) were living once 2) that once lived
3) that lived once 4) once that they lived

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

Passage 1:

Correlations among variables are typically not free to vary between – 1 and 1, with bounds determined by the marginal distributions. Computing upper and lower limits of correlations given the marginal characteristics often raises theoretical and computational challenges. We propose a simple sorting technique that is predicated upon a little-known consequence of a well-established fact from statistical distribution theory to obtain approximate correlation bounds. This approach works regardless of the data type or distribution. We believe that it has practical value in appropriately specifying the correlation structure in simulation studies.

16- What determines the bounds with which correlations vary is ----------.
1) the marginals 2) the variances 3) the means 4) the distribution

17- Computation of the bounds for correlations is ----------.
1) easy 2) challenging 3) impossible 4) not useful

18- Which approach works?
1) Sampling 2) Simulation 3) Regression method 4) An arranging method

19- "To specify" (line 7) means ----------.
1) To consider a special case 2) To say briefly
3) To express carefully 4) To calculate the value

20- Which one is correct?
1) Let us to compute .... 2) Let us computed .....
3) Let us computing ..... 4) Let us compute ....

Passage 2:

Measures of kurtosis, when applied to asymmetric distributions, are typically much affected by the asymmetry which muddies their already murky interpretation yet further. Certain kurtosis measures, however, when applied to certain wide families of skew-symmetric distributions display the attractive property of skewness-invariance. In this article, we concentrate mainly on quantile-based measures of kurtosis and their interaction with sknewness-inducing transformations, identifying classes of transformations that leave kurtosis measures invariant. Further miscellaneous aspects of skewness-invariant kurtosis measures are briefly considered, these not being quantile-based and/or not involving transformations. While our treatment is as unified as we are able to make it, we do not claim anything like a complete characterization of skewness-invariant kurtosis measures but hope that our results will stimulate further research into the issue.

21- Which measure is affected by asymmetry?
1) Kurtosis 2) Variance 3) Mean 4) Correlation

22- What is the passage mainly concerned with?
1) Quantile 2) Median
3) Measure of kurtosis 4) Invariance

23- "To stimulate" (line 11) means ----------.
1) to halt 2) to inform 3) to encourage 4) to duplicate

24- Is the treatment of the subject complete?
1) Yes 2) No 3) Perhaps 4) As far as possible

25- The result of this study ----------.
1) is not useful 2) leads to further research
3) is hopeless 4) is wrong

Passage 3:

Rodgers and Nicewander (1988) presented thirteen different formulas for calculating the correlation coefficient. Each formula is intended to motivate an alternative computational and/or conceptual interpretation of this "universal" measure of association. This theme was continued by Rovine and Von Eye (1997), Falk and Well (1997), and Nelsen (1998). The purpose of this short note is to highlight a simple geometrical interpretation of the contributing terms in the summation in (3). The geometrical interpretation of the sample covariance presented here supplements these discussions of the correlation as the latter is a rescaled version of the former.

26- Who introduced different formulas for correlation?
1) Two students 2) Two writers 3) Two statisticians 4) Two merchants

27- "To motivate" (line 2) means ----------.
1) to make eager 2) to make easy 3) to move 4) to complete

28- Correlation is a kind of a measure of ----------.
1) variation 2) association 3) concentration 4) independence

29- What kind of interpretation is used in the passage?
1) Geometric 2) Arithmetic 3) Statistical 4) Philosophical

30- The subject was further studied ----------.
1) after the year 2000 2) in Iran
3) for only one year 4) by several statisticians

علوم ا قتصادی

۳۱- اگر با دو برابر شدن قیمت تخم مرغ، تقاضای آن $\frac{۲}{۳}$ قبل شود، ضریب کشش تقاضای تخم مرغ چه‌قدر است؟
۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$
۳) $-\frac{۱}{۳}$ ۴) $+\frac{۲}{۳}$

۳۲- در ستون بهداشت و سلامتی روزنامه، این عنوان چاپ شده است: «مصرف کلم، ابتلا به سرطان روده را کاهش می‌دهد.» این مسأله چه تغییری در منحنی تقاضای کلم در کوتاه مدت ایجاد می‌کند؟
۱) تغییر مکان منحنی به سمت چپ ۲) انتقال منحنی به سمت راست
۳) تغییر منحنی به حالت موازی محور X ها ۴) صعودی شدن منحنی تقاضا

۳۳- چنانچه چند صفر از پول ملی حذف شود در آن صورت:
۱) تورم کاهش می‌یابد. ۲) میزان شمار پول ملی کاهش می‌یابد.
۳) درآمد مردم و دولت کاهش می‌یابد. ۴) تقاضا برای کالاها و خدمات کاهش می‌یابد.

۳۴- کدام یک از سیاست‌های زیر تورم را تشدید می‌کند؟
۱) اعطای وام ازدواج
۲) انتشار اوراق مشارکت از سوی دولت
۳) ترغیب مردم به خرج نکردن یارانه‌های واریزی به حساب‌هایشان
۴) واگذاری سهام شرکت‌های دولتی به مردم

۳۵- چنانچه با ۲/۵ میلیارد واحد سرمایه‌گذاری جدید، ۱۷/۵ میلیارد واحد به درآمد ملی اضافه شود، میل نهائی به مصرف جامعه چه قدر است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$ ۲) $\frac{۲}{۷}$

۳) $\frac{۵}{۷}$ ۴) $\frac{۶}{۷}$

۳۶- اگر تابع هزینه کل شرکتی $TC = ۱۰۰۰ + ۱۰۰Q - ۱۰Q^۲ + Q^۳$ باشد، با تولید ۵۰ واحد کالا، هزینه متوسط متغیرش چه‌قدر خواهد بود؟

۱) ۲۱۰۰ ۲) ۲۳۵۰

۳) ۳۱۰۰ ۴) ۶۴۰۰

۳۷- یکصد هزار تومان حال، پس از ۲ سال با نرخ سود بانکی ۲۰ درصد (به روش بهره مرکب)چند هزار تومان خواهد شد؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۴

۳) ۱۴۰ ۴) ۱۴۴

۳۸- اگر تابع تقاضا برای کالایی $P = ۳۵۰ - ۵Q$ باشد، به ازای چه مقدار تقاضا، در آمد نهایی ۲۰ واحد می‌شود؟

۱) ۳۳ ۲) ۳۵

۳) ۶۵ ۴) ۷۰

۳۹- قیمت یک لیوان آب معدنی ۲۰۰۰ ریال است. شخصی سه لیوان از آن را می‌نوشد، لیوان اول معادل ۱۰۰۰ ریال، لیوان دوم ۵۰۰۰ ریال و لیوان سوم ۲۰۰۰ ریال رضامندی نصیب مصرف کننده می کند، اضافه رضامندی حاصله معادل چند ریال است؟

۱) ۶۰۰۰ ۲) ۱۱۰۰۰

۳) ۱۷۰۰۰ ۴) ۲۳۰۰۰

۴۰- در منحنی‌های هزینه بنگاه، کدام یک از موارد زیر صحیح است؟

۱) AVC و AC موازی یکدیگرند. ۲) AC از نقطه حداقل MC عبور می‌کند.

۳) نقطه حداقل MC پایین‌تر از حداقل AVC و AC است. ۴) AVC از نقطه حداقل MC عبور می‌کند.

علوم اجتماعی

۴۱- عامل اصلی افزایش جمعیت کشور در دهه آتی کدام است؟

۱) بالا بودن نرخ باروری ۲) تأثیر ساختار سنی ۳) پایین بودن نرخ مرگ و میر ۴) سیاست‌های جمعیتی

۴۲- با توجه به نظریه «انتقال اپیدمیولوژیک» عمران کدام عبارت صحیح است؟

۱) در مدل شتابان، مهم‌ترین عوامل، فرایند نوسازی و انقلاب پزشکی بوده‌اند.

۲) در مدل کلاسیک، مهم‌ترین عوامل، مداخله دولت‌ها در امر بهداشت و فرایند نوسازی بوده‌اند.

۳) در مدل متأخر، مهم‌ترین عوامل، انقلاب پزشکی و فرایند نوسازی بوده‌اند.

۴) در مدل متأخر، مهم‌ترین عوامل، توسعه تکنولوژی پزشکی و دخالت دولت‌ها در امر بهداشت بوده‌اند.

۴۳- از رابطه r و NRR در جمعیت پایا (Stable) نتیجه می‌شود که در صورت ثبات r:

۱) NRR نیز ثابت خواهد ماند و این نتیجه به سطح مرگ و میر بستگی ندارد.

۲) NRR نیز ثابت خواهد ماند و این نتیجه متأثر از سطح مرگ و میر است.

۳) NRR الزاماً ثابت نخواهد ماند و متأثر از سطح باروری است.

۴) NRR الزاماً ثابت نخواهد ماند و به سطوح مرگ و میر و باروری بستگی دارد.

۴۴- **نسبت بی‌سوادی در جمعیت ایران، با توجه به نتایج سرشماری ۱۳۸۵، حدود ۱۵ درصد بوده است. اگر ساختار سنی جمعیت ایران مشابه کشور سوئد بود:**
۱) در محاسبه نسبت بی‌سوادی تغییری ایجاد نمی‌شد.
۲) نسبت بی‌سوادی کشور کاهش چشمگیری می‌یافت.
۳) نسبت بی‌سوادی کشور افزایش چشمگیری می‌یافت.
۴) برای تحلیل تغییرات احتمالی به داده‌های بیشتری نیاز می‌شد.

۴۵- **بروز وضعیت مضیقه ازدواج (Marriage squeeze) برای زنان ایران عمدتاً به کدام دلیل بوده است؟**
۱) تعداد بیشتر زنان نسبت به مردان
۲) پیامدهای جنگ تحمیلی و تلفات بیشتر مردان نسبت به زنان
۳) تعداد بیشتر دختران ازدواج نکرده نسبت به پسران ازدواج نکرده
۴) عدم تناسب تعداد ازدواج نکرده‌های دو جنس با احتساب تفاوت میانگین سن ازدواج آنها

۴۶- **در یک جدول عمر داریم:** $\begin{cases} \ell_{۷۰} = ۶۰۰۰۰ \\ {}_{۵}d_{۷۰} = ۳۰۰۰ \\ \ell_{۸۰} = ۴۳۰۰۰ \end{cases}$**، میانه سن فوت در این جدول عمر برابر است با:**
۱) ۷۲/۵ سال
۲) ۷۵ سال
۳) ۷۷/۵ سال
۴) ۸۲/۵ سال

۴۷- **اگر داشته باشیم:** $\begin{cases} \ell_{۱۰} = ۹۰۰ \\ \ell_{۱۵} = ۸۸۰ \\ \ell_{۲۰} = ۸۷۰ \end{cases}$**، نسبت بازماندگی گروه سنی ۱۰ تا ۱۴ سال برابر است با:**
۱) ۰/۹۸۸
۲) ۰/۹۸۳
۳) ۰/۹۷۷
۴) ۰/۹۶۶

۴۸- **کدام عبارت صحیح است؟**
۱) اکثریت قریب به اتفاق کشورهای در حال توسعه پس از جنگ دوم جهانی شروع به برگزاری سرشماری کردند.
۲) تا قبل از دهه ۱۹۶۰، خارج از اروپا و امریکای شمالی، به ندرت کشوری پیدا می‌شد که حتی یک سرشماری برگزار کرده باشد.
۳) هند جزو معدود کشورهای در حال توسعه‌ای است که از ۱۹۷۰ سرشماری جمعیت را آغاز کرد.
۴) قدمت سرشماری در جهان به آغاز قرن بیستم میلادی می‌رسد.

۴۹- **چنانچه سهم گروه‌های سنی ۱۴ ـ ۰ سال و ۶۵ ساله و بیشتر در جمعیت به ترتیب برابر با ۳۸ و ۵ درصد باشد، میانگین سنی این جمعیت در مقایسه با میانه سنی آن چگونه است؟**
۱) کمتر است.
۲) بیشتر است.
۳) تقریباً برابرند.
۴) برای مقایسه به داده‌های بیشتری نیاز است.

۵۰- اگر داشته باشیم:

سال تقویمی	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹
تعداد موالید زنده	۵۰۱۰۰	۵۰۰۰۰	۵۱۰۰۰
تعداد مرگ زیر ۱ سال	۱۳۸۰	۱۲۰۰	۱۱۵۰

و از تعداد مرگ زیر ۱ سال در سال‌های ۱۳۸۸ و ۱۳۸۹ به ترتیب ۴۰۰ و ۲۰۰ مرگ متعلق به موالید سال‌های ۱۳۸۷ و ۱۳۸۸ باشد، احتمال مرگ نوزادان سال ۱۳۸۸ برابر است با:

۱) ۰/۰۲۰ ۲) ۰/۰۲۲ ۳) ۰/۰۲۴ ۴) ۰/۰۲۳۵

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

مقادیر بحرانی توزیع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756

مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

df/a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	48.5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671

۵۱- فرض کنید طول عمر یکصد لامپ مقدار $\sum_{i=1}^{100} x_i = 500000$ به دست آمده است، اگر طول عمر لامپ‌ها دارای توزیع نمایی با میانگین θ باشد. احتمال این که این نوع لامپ بیش از هزار ساعت عمر کند کدام است؟

۱) e^{-3}

۲) e^{-2}

۳) e^{-1}

۴) ۱

۵۲- اگر $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ دو برآوردگر مستقل نااریب با واریانس‌های به ترتیب σ^2 و $4\sigma^2$ برای θ باشند. کاراترین برآورد کننده برای θ کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}[4\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2]$

۲) $\frac{1}{5}[\hat{\theta}_1 + 4\hat{\theta}_2]$

۳) $\frac{1}{2}[\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2]$

۴) $\frac{1}{5}[8\hat{\theta}_1 - 3\hat{\theta}_2]$

۵۳- فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع Beta (۲,۱) باشد. همچنین فرض کنید $\underset{\sim}{\delta(X)} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$ برآورد میانگین توزیع یعنی θ باشد. در این صورت میانگین توان دوم خطا (MSE)، $\underset{\sim}{\delta(X)}$ کدام است؟

۱) $\frac{n+2}{3n^2}$

۲) $\frac{n+2}{3(n-1)^2}$

۳) $\frac{2(n+2)}{3n^2}$

۴) $\frac{n+8}{18(n-1)^2}$

۵۴- از دو جامعه‌ی مستقل نرمال با واریانس‌های σ_1^2 و σ_2^2، نمونه‌های تصادفی به حجم $n_1 = n_2 = 2$ انتخاب شده است اگر $S_1^2 = S_2^2 = 2$، $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \in (0/513 , 1/170)$، آنگاه دقت موردنظر برای برآورد تفاضل میانگین‌های دو جامعه با اطمینان ۹۵ درصد، کدام است؟

۱) ۷/۲

۲) ۸/۱

۳) ۸/۶

۴) ۹/۳

۵۵- فرض کنید $X_1, X_2, ..., X_{15}$، یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع نرمال با میانگین ۵ و $Y = \sum_{i=1}^{15}(X_i - 5)^2$ باشد، اگر $(\frac{y}{4/660} , \frac{y}{29/141})$ یک فاصله‌ی اطمینان برای σ^2 باشد، ضریب اطمینان کدام است؟

۱) ۰/۸۹۰

۲) ۰/۹۵۰

۳) ۰/۹۷۵

۴) ۰/۹۹۰

۵۶- به منظور مقایسه نسبت دانشجویان موفق بومی و غیربومی از ۱۶۰ دانشجوی غیربومی تعداد ۳۰ نفر و از ۹۰ دانشجوی بومی ۲۰ نفر موفق ارزیابی شده‌اند. میزان دقت تفاضل نسبت‌های دانشجویان موفق بومی و غیربومی با اطمینان ۹۵ درصد کدام است؟ ($Z_{0/025} \simeq 2$)

۱) $\frac{1}{9}\sqrt{10}$

۲) $\frac{1}{11}\sqrt{10}$

۳) $\frac{1}{21}\sqrt{10}$

۴) $\frac{1}{30}\sqrt{10}$

۵۷- فرض کنید برای برآورد نسبت در جامعه یک نمونه n_1 تایی به تصادف انتخاب شده است. اگر بخواهیم مقدار خطا به $\frac{1}{2}$ خطای برآورد قبلی کاهش یابد، باید به چه تعداد نمونه اضافه کنیم؟

۱) n_1

۲) $2n_1$

۳) $3n_1$

۴) $4n_1$

۵۸- سه جامعه نرمال با واریانس‌های مساوی از نظر میانگین مورد مقایسه قرار می‌گیرند. برای انجام آزمون خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است. مقدار میانگین مجموع مربعات خطا (MSE) کدام است؟

	I	II	III
اندازه نمونه	۲	۳	۴
میانگین نمونه	۴	۲	۱
واریانس نمونه	۲	۲	۱

۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۷}{۳}$
۳) ۹
۴) ۳

۵۹- یک نوع قرص برای پایین آوردن فشار خون به ۵ نفر به طور تصادفی تجویز شده است. نتایج در جدول زیر ثبت شده‌اند. در سطح معنی داری ۰/۰۵ آزمون $H_۰ : \sigma^۲ = ۱$ در مقابل $H_۱ : \sigma^۲ > ۱$ را در نظر بگیرید. مقدار آماره‌ی آزمون و نتیجه‌ی آزمون کدام است؟

قبل از مصرف	۱۸۰	۱۵۱	۱۶۸	۱۷۱	۱۴۰
بعد از مصرف	۱۷۸	۱۵۲	۱۶۸	۱۷۰	۱۴۲

۱) ۱۰ و رد $H_۰$
۲) ۱۰ و پذیرش $H_۰$
۳) صفر و رد $H_۰$
۴) ۱۸ و پذیرش $H_۰$

۶۰- فرض کنید $X \sim N(\mu, ۱)$ باشد. برای آزمون $H_۰ : \mu = ۰$ در مقابل $H_۱ : \mu = ۱$، اگر اندازه آزمون از ۰/۰۲۵ به ۰/۰۵ افزایش یابد، توان آزمون چه تغییری می‌کند؟
۱) به میزان ۰/۰۹۱ کاهش می‌یابد.
۲) به میزان ۰/۰۹۱ افزایش می‌یابد.
۳) به میزان ۰/۳۱۵ کاهش می‌یابد.
۴) به میزان ۰/۳۱۵ افزایش می‌یابد.

۶۱- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با توابع احتمال زیر باشد. برای آزمون $H_0 : X \sim f_0$ در مقابل $H_1 : X \sim f_1$، اگر ناحیه رد به صورت $C = \{x ; x > 1\}$ تعریف شده باشد. توان آزمون کدام است؟

x	۱	۲	۳
f_0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
f_1	$\frac{2-\theta}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{\theta}{3}$

$0 < \theta < 1$

۱) $\frac{1-\theta}{3}$

۲) $\frac{2-\theta}{3}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1+\theta}{3}$

۶۲- اگر در جدول توافقی تعداد سطرها از r به r_1 و تعداد ستون‌ها از c به c_1 کاهش یابد، درجه آزادی آماره آزمون فرض استقلال چقدر کاهش می‌یابد؟

۱) $r_1(c-c_1-1)+c_1(r-r_1)$

۲) $(r-r_1)(c-c_1)$

۳) $(r-1)(c-c_1)+(r-r_1)(c_1-1)$

۴) $(r-r_1-1)(c-c_1+1)$

۶۳- فرض کنید $(x_1 , y_1),\ldots,(x_{19} , y_{19})$ یافته‌های یک نمونه تصادفی از جامعه نرمال دو متغیره با ضریب همبستگی ρ باشد. اگر $\sum x_i y_i = 15$ ، $\sum x_i^2 = \sum y_i^2 = 20$ و $\bar{x} = \bar{y} = 0$ باشد. برای آزمون فرض $H_0 : \rho = \rho_0$ در مقابل $H_1 : \rho > \rho_0$ ، فرض H_0 در سطح ۵ درصد رد می‌شود اگر و تنها اگر:

۱) $(\frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}) > \frac{1}{7}e^{0/411}$ باشد.

۲) $(\frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}) > \frac{2}{7}e^{0/49}$ باشد.

۳) $(\frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}) > \frac{1}{7}e^{1/96}$ باشد.

۴) $(\frac{1-\rho_0}{1+\rho_0}) > \frac{1}{7}e^{6/28}$ باشد.

۶۴- فرض کنید X دارای توزیع نمایی با میانگین θ باشد. برای آزمون $H_0 : \theta = 1$ در مقابل $H_1 : \theta \neq 1$ ، p- مقدار (p-value) کدام است؟

۱) $2(1-e^{-x}) \quad x > 0$

۲) $\frac{1}{2}[2e^{-2x} - 1] \quad x > 0$

۳) $\begin{cases} 2e^{-x} & x > \ln 2 \\ 2(1-e^{-x}) & x < \ln 2 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} 2(1-e^{-x}) & x > \ln 2 \\ 2e^{-x} & x < \ln 2 \end{cases}$

۶۵- از دو کلاس درس روش‌های آماری به طور مستقل، دو امتحان میان ترم به عمل آمده است. از این دو کلاس نمونه‌هایی به حجم به ترتیب ۳ و ۴ از دانشجویان انتخاب شده است و نمرات به شرح زیر می‌باشد. با فرض نرمال بودن نمرات دو کلاس و برابر بودن واریانس‌های نمرات دو کلاس، یک فاصله‌ی اطمینان ۹۵ درصدی برای واریانس مشترک دو کلاس، کدام است؟

۰ و ۲ و ۱ و ۴ : نمره‌های کلاس ۲ ؛ ۱ و ۳ و ۰ : نمره‌های کلاس ۱

۱) $\left(\frac{۱۵۵}{۱۲\times ۱۲/۸۳۲}, \frac{۱۵۵}{۱۲\times ۰/۸۳}\right)$

۲) $\left(\frac{۱۳۱}{۶۰\times ۱۱/۱۴۳}, \frac{۱۳۱}{۶۰\times ۰/۷۱۰}\right)$

۳) $\left(\frac{۳۱}{۱۲/۸۲۲}, \frac{۳۱}{۰/۸۳۱}\right)$

۴) $\left(\frac{۵}{۴۰\times ۰/۵۰}, \frac{۵}{۷/۳۷۷}\right)$

۶۶- تغییر واحد اندازه‌گیری متغیر مستقل در کدام یک از موارد زیر منتج به تغییری نمی‌شود؟

۱) برآورد عرض از مبدا

۲) ضریب تعیین

۳) برآورد ضریب زاویه

۴) مجموع مربعات رگرسیونی

۶۷- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ اگر $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ و $\hat{\beta}_1$ برآوردگر حداقل مربعات باشد. آنگاه:

۱) $P(\hat{\beta} > \beta) < \frac{1}{2}$

۲) $P(\hat{\beta} > \beta) = \frac{1}{2}$

۳) $P(\hat{\beta} > \beta) > \frac{1}{2}$

۴) $P(\hat{\beta} > \beta) = 1$

۶۸- دو متغیر تصادفی X و Y در رابطه $aX+bY=1$ صدق می‌کنند ($a\neq 0$, $b\neq 0$) و ضریب همبستگی آنها برابر یک می‌باشد. میان a و b کدام رابطه برقرار است؟

۱) $ab<0$

۲) $ab>0$

۳) $a+b=1$

۴) $a+b=-1$

۶۹- اگر در مدل رگرسیونی یک متغیر مستقل کیفی دارای ۵ رسته باشد، تعداد متغیرهای کمکی مورد نیاز برای نشان دادن این رسته‌ها کدام است؟

۱) ۱

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۷۰- اگر در مدل رگرسیونی واریانس خطاها همگن نباشند، کدام گزینه صحیح است؟

۱) برآورد حداقل مربعات وزنی BLUE است.

۲) برآورد حداقل مربعات معمولی اریب است.

۳) برآورد حداقل مربعات معمولی نااریب اما خطی نیست.

۴) برآورد حداقل مربعات معمولی BLUE است.

۷۱- مدل رگرسیونی $y_i=\beta x_i+\varepsilon_i$ را به داده‌های زیر برازش داده‌ایم:

x	-۱	-۱	-۱	۰	۰	۰	۰	+۱	+۱	+۱
y	۵	۳	۲	-۳	-۱	۱	۳	۲	۳	۵

مقدار ضریب تعیین، R^2، کدام است؟

۱) صفر

۲) ۰/۲۵

۳) ۰/۵

۴) یک

۷۲- مدل رگرسیون خطی ساده‌ای برحسب x_1 به داده‌ها برازش داده مقدار آماره F در جدول تحلیل واریانس را با F_0 نمایش می‌دهند. حال اگر متغیر مستقل x_2 را وارد مدل کنند و آماره F را برای مدل با دو متغیر مستقل بدست آورند، کدام یک از گزینه‌ها صحیح‌تر است؟

۱) $F>F_0$

۲) $F<F_0$

۳) $F=F_0$

۴) $F\neq F_0$

۷۳- در مدل رگرسیون چند گانه $y = X\beta + \varepsilon$ که در آن ε دارای توزیع نرمال است کدام گزینه در مورد برآوردگر بردار β صحیح است؟

۱) برآوردگر کمترین مربعات ناریب و برآوردگر ماکسیمم درستنمایی اریب است.

۲) برآوردگر کمترین مربعات اریب و برآوردگر ماکسیمم درستنمایی ناریب است.

۳) برآوردگر کمترین مربعات و برآوردگر ماکسیمم درستنمایی با هم برابرند.

۴) واریانس مؤلفه‌های برآوردگر کمترین مربعات از واریانس مؤلفه‌های نظیر به نظیر برآوردگر ماکسیمم درستنمایی بزرگتر است.

۷۴- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ اگر $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ باشد. با فرض این که $\hat{\beta}_0$ ، $\hat{\beta}_1$ برآوردگرهای حداقل مربعات باشند مقدار $Var(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1)$ کدام است؟ $(S_{xx} = \sum(x_i - \bar{x})^2)$

۱) $\sigma^2(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}})$

۲) $\sigma^2(1 + \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}})$

۳) $\sigma^2(\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x}-1)^2}{S_{xx}})$

۴) $\sigma^2(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2+1}{S_{xx}})$

۷۵- مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ با $E(\varepsilon_i) = 0$ ، $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2 x_i^2$ برای $x_i \neq 0$ و $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ ، $i \neq j$ را در نظر بگیرید. اگر $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i} = 1$ باشد آنگاه برآورد حداقل مربعات β_0 کدام است؟

۱) $\frac{\sum(1-x_i)y_i}{\sum(1-x_i)^2}$

۲) $\frac{\sum(x_i-1)y_i/x_i}{\sum(1-x_i)^2}$

۳) $\frac{\sum(\frac{1}{x_i}-1)y_i/x_i}{\sum(\frac{1}{x_i}-1)^2}$

۴) $\frac{1}{n}[\sum y_i/x_i - \hat{\beta}_1\sum\frac{1}{x_i}]$

۷۶- در مدل رگرسیونی $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$ برای $i = 1,2,\ldots,n$ با فرض $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} N(0,\sigma^2)$، اگر e_i باقیمانده i ام مدل باشد آنگاه $\sum_{i=1}^{n} Var(e_i)$ کدام است؟

۱) $k\sigma^2$

۲) $(n-k)\sigma^2$

۳) $n\sigma^2$

۴) $(n-k-1)\sigma^2$

۷۷- در مدل رگرسیون چند گانه $y = X\beta + \varepsilon$، ماتریس پر رتبه ستونی $X_{n\times p}$ را به صورت $X = (1_n \; X_1)$ افراز می‌کنند. اگر x_{ij} عنصر (i,j)ام ماتریس X_1 باشد به طوری که برای $j = 1,2,\ldots,p-1$، $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 0$، آنگاه مجموع مربعات رگرسیون (SS_{Reg})، کدام است؟

۱) $\hat{\beta}_1' X' X \hat{\beta}$

۲) $\hat{\beta}_1' X_1' X_1 \hat{\beta}_1$

۳) $\hat{\beta}_1' (X_1' X_1)^{-1} \hat{\beta}_1$

۴) $\hat{\beta}_1' (X'X)^{-1} \hat{\beta}$

۷۸- خط $\hat{y}_i = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_{1i}$ رگرسیون y روی x_1 است. باقیمانده i- ام این مدل را با $e_i = y_i - \hat{y}_i(x_1)$ نمایش می‌دهیم. حال اگر باقیمانده‌ها را روی متغیر x_2 به ازای مقادیر $(1,-2,\ 1,-2,1,\ 1,-1,\ 2,-1)$ رگرسیون کرده مدل رگرسیونی برازش شده y برحسب x_1 و x_2 را به صورت $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ بنویسیم، ضرایب b_0 و b_1 کدامند؟

۱) $b_0 = \hat{\alpha}_0 \;,\; b_1 = \hat{\alpha}_1$

۲) $b_0 \neq \hat{\alpha}_0 \;,\; b_1 = \hat{\alpha}_1$

۳) $b_0 = \hat{\alpha}_0 \;,\; b_1 \neq \hat{\alpha}_1$

۴) $b_0 \neq \hat{\alpha}_0 \;,\; b_1 \neq \hat{\alpha}_1$

۷۹- متغیر y را برحسب x با مدل $y = \beta_0 e^{-\beta_1 x} \varepsilon$ نمایش داده‌اند. برآورد کمترین مربعات معمولی پارامتر β_1 کدام است؟

۱) $b_1 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

۲) $b_1 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x}) \frac{1}{y_i}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

۳) $b_1 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x}) \ln y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

۴) $b_1 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x}) \ln \frac{1}{y_i}}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$

۸۰- **در یک مدل رگرسیون چند گانه اگر آماره F معنی‌دار باشد اما هیچ یک از آماره‌های t معنی‌دار نباشند، آنگاه:**

۱) ممکن است خود همبستگی بین مشاهدات وجود داشته باشد.

۲) ممکن است بین متغیرهای مستقل هم خطی وجود داشته باشد.

۳) مدل رگرسیون برازش شده مشکلی ندارد.

۴) برازش یک مدل غیرخطی مناسب‌تر می‌باشد.

۸۱- **همه‌ی موارد زیر برای نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای صحیح‌اند بجز:**

۱) افزایش حجم خوشه معمولاً باعث افزایش اساسی در واریانس برآورد میانگین جامعه می‌شود.

۲) افزایش حجم خوشه باعث کاهش ضریب همبستگی خوشه‌ای می‌شود به قسمی که نرخ کاهش ضریب همبستگی نسبت به نرخ افزایش حجم خوشه کند است.

۳) برای کاراتر کردن نمونه‌گیری خوشه‌ای باید خوشه‌ها را به صورتی تشکیل داد که پراکندگی درون خوشه‌ها هر چه ممکن، بزرگتر باشد.

۴) چنانچه ضریب همبستگی خوشه‌ای صفر باشد نمونه‌گیری خوشه‌ای به نمونه‌گیری تصادفی ساده تبدیل می‌شود.

۸۲- **در چه صورت به جای نمونه‌گیری طبقه‌ای از نمونه‌گیری خوشه‌ای یک مرحله‌ای یا دو مرحله‌ای استفاده می‌شود؟**

۱) وقتی چارچوب کلی جامعه در دسترس باشد.

۲) وقتی داخل طبقات واریانس کم باشد.

۳) وقتی داخل طبقات واریانس زیاد باشد.

۴) وقتی چارچوب کلی جامعه در دسترس نباشد.

۸۳- **اگر $S_{wr} = (u_1, \ldots, u_n)$ یک نمونه تصادفی سادهٔ با جایگذاری از جامعه $U_1, \ldots, U_N$ باشد، به ازای هر $m = 1, \ldots, N$ مقدار $P(U_m \in S_{wr})$ کدام است؟**

۱) $\frac{n}{N}$

۲) $1 - \frac{n}{N}$

۳) $1 - (1 - \frac{1}{N})^n$

۴) $(1 - \frac{1}{N})^n$

۸۴- **اگر $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ یک نمونه تصادفی سادهٔ بدون جایگذاری از جامعهٔ متناهی $(X_1, Y_1), \ldots, (X_N, Y_N)$ باشد، ضریب همبستگی $\bar{x}$ و $\bar{y}$ (میانگین نمونه x_iها و میانگین نمونه y_iها) کدام است؟**

۱) همان ضریب همبستگی جامعه

۲) $\frac{1}{n}$ ضریب همبستگی جامعه

۳) n برابر ضریب همبستگی جامعه

۴) $\frac{1}{n}(1 - \frac{n}{N})$ برابر ضریب همبستگی جامعه

۸۵- در نمونه‌گیری از یک جامعه‌ی نسبتاً بزرگ که بتوان از کسر نمونه‌گیری صرف نظر نمود اگر واریانس برآوردکننده تفاضلی برابر ۱/۵، حجم نمونه برابر ۱۰ و تغییرات صفت اصلی S^2 برابر ۱۶ باشد در این صورت ضریب همبستگی بین صفت اصلی y و کمکی x چقدر است؟

۱) ۰

۲) $\frac{۱}{۱۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

۸۶- از جامعه‌ی به حجم N نمونه‌ای تصادفی به روش با جایگذاری به حجم n انتخاب می‌کنیم. اگر U_i تعداد دفعات ظاهر شدن واحد i ام جامعه در نمونه باشد. ضریب تغییرات U_i کدام است؟

۱) $\sqrt{\frac{N-۱}{n}}$

۲) $\sqrt{۱-\frac{n}{N}}$

۳) $۱-\frac{n}{N}$

۴) $\frac{N-۱}{n}$

۸۷- فرض کنید در جمعیتی با ۳ طبقه، وزن طبقات با هم برابر بوده $(W_۱ = W_۲ = W_۳)$ و در انتساب نیمن حجم نمونه در طبقه اول بیشتر از حجم طبقهٔ اول جامعه باشد $(n_۱ > N_۱)$ در صورتی که $S_۱ = ۱۲$ و $S_۲ = S_۳ = ۴$ باشد، پس از اصلاح انتساب نمونه‌گیری انجام شده، با چشم‌پوشی از کسر نمونه‌گیری واریانس برآوردگر میانگین جامعه $(\hat{\bar{y}}_{st})$ کدام است؟ (n حجم نمونه کل است.)

۱) $\frac{۶۴}{۹n}$

۲) $\frac{۶۴}{۹(n-N_۱)}$

۳) $\frac{۴۰۰}{۹n}$

۴) $\frac{۱}{۹}(\frac{۱۴۴}{N_۱}+\frac{۶۴}{n-N_۱})$

۸۸- برای برآورد $\overline{Y}$ (میانگین جامعه متناهی با حجم N) با استفاده از $\overline{y}$ (میانگین نمونه n تایی بدون جایگذاری) اگر بخواهیم مجموع تابع هزینهٔ $c(n) = a.n$ و میانگین مربع خطای برآوردگر می‌نیمم گردد حجم نمونه را باید چقدر در نظر بگیریم؟

$(S^2 = N\sigma^2/N-1 \ , \sigma^2 = \frac{1}{N}\sum(Y_i - \overline{Y})^2)$

۱) $\frac{\sigma^2}{a}$

۲) $\frac{s^2}{a}$

۳) $\frac{s}{\sqrt{a}}$

۴) $\frac{\sigma}{\sqrt{a}}$

۸۹- می‌خواهیم نسبت اجاره نشین خانوارهای یک شهر خیلی بزرگ را در سال جاری با اطمینان ۹۵٪ برآورد کنیم به طوری که حداکثر خطای برآورد ۰/۰۲ باشد. با یک کارشناس املاک مشورت کرده‌ایم وی اظهار داشته که نسبت اجاره نشین از ۰/۲ بیشتر نیست بر اساس این اظهارنظر حجم نمونه جهت برآورد این نسبت کدام است؟ ($Z_{0/975} \cong 2$ و کسر نمونه‌گیری قابل اغماض است.)

۱) $n \geq 1600$

۲) $n \leq 1600$

۳) $n \leq 2500$

۴) $n \geq 2500$

۹۰- از جامعه‌ای با حجم ۱۰۰ و واریانس $S^2 = 40$ نمونه‌ای تصادفی بدون جایگذاری به حجم $n_1 = 20$ انتخاب کرده و میانگین این نمونه را با $\overline{y}_1$ نشان می‌دهیم سپس از این نمونه یک زیر نمونه ساده بدون جایگذاری $n_2 = 5$ تایی انتخاب می‌کنیم و میانگین آن را با $\overline{y}_2$ نمایش می‌دهیم. واریانس $\overline{y}_1 - \overline{y}_2$ چقدر است؟

۱) ۲

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۹/۲

۹۱- برای تعیین برآوردی از میانگین مشخصه y در یک جامعه بزرگ از مشخصه کمکی x استفاده شده است. به تجربه می‌دانیم که ضریب همبستگی بین این دو مشخصه ۰/۸ است. یک نمونه مقدماتی به حجم ۱۰۰ به روش تصادفی ساده بدون جای‌گذاری از جامعه موردنظر می‌گیریم و درمی‌یابیم که برآوردکننده نااریب واریانس برآورد میانگین مشخصه y برابر ۳۶ است. اگر بخواهیم با روش رگرسیونی میانگین مشخصهٔ y را برآورد کنیم به گونه‌ای که برآورد واریانس برآوردکننده کمتر از ۳۶ باشد، حجم نمونه حداقل کدام است؟ (از کسر نمونه‌گیری صرف نظر کنید.)

۱) ۳۶

۲) ۴۵

۳) ۶۴

۴) ۸۰

۹۲- در جمعیت فرضی زیر واریانس برآوردگر نسبت A در نمونه سیستماتیک یک در چهار (چهار در میان) کدام است؟

A A A A B B B A A B B B B B A A A A B B

۱) ۰/۷۵

۲) ۰/۰۷۵

۳) ۰/۰۲

۴) ۰/۰۱

۹۳- اگر x_i و y_i به ترتیب تعداد افراد و مخارج ماهانه خانوار i ام نمونه باشد، در یک نمونه ۵ تایی از بین ۱۰۰ خانوار ساکن در یک مجتمع مسکونی نتایج زیر حاصل شده است. اگر بدانیم میانگین واقعی جمعیت در این مجتمع ۳/۲ نفر است، برآورد رگرسیونی میانگین مخارج ماهانه خانوارهای ساکن در این مجتمع کدام است؟

x_i	۲	۳	۴	۲	۴
y_i	۸	۱۵	۱۸	۱۰	۱۹

۱) ۱۴/۹۰

۲) ۱۴/۹۳

۳) ۱۴/۹۵

۴) ۱۴/۹۸

۹۴- برای برآورد نسبت دانش‌آموزان بی‌سرپرست در شهری که دارای ۵۰ مدرسه شامل ۲۵۰۰۰ دانش‌آموز است، ۴ مدرسه را به تصادف و به روش با جایگذاری ولی با احتمال متناسب با تعداد دانش‌آموزان آنها انتخاب نموده‌ایم، نتایج زیر حاصل شده است. نسبت فوق را چقدر برآورد می‌کنید؟

تعداد کل دانش‌آموزان مدرسه	۸۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۵۰۰
تعداد دانش‌آموزان بی‌سرپرست مدرسه	۱۶	۲۰	۶	۱۵

۱) ۰/۰۲۵

۲) ۰/۰۲۸۵

۳) ۰/۰۳۲۵

۴) ۰/۳

۹۵- از جامعه‌ای با ۵ خوشه و با حجم خوشه‌های همسان ۵ $(M = 5)$ یک نمونهٔ ۳ خوشه‌ای با اطلاعات زیر گرفته شده است:

شماره خوشه نمونه	میانگین خوشه $(\bar{y}_i)$	تغییرات خوشه (S_i^2)
۱	۱	۲
۲	۴	۶
۳	۱	۱

اگر از این جامعه نمونه‌ای به حجم ۱۵ به روش تصادفی ساده بدون جایگذاری استخراج شود در مورد دقت دو روش برآورد میانگین جامعه کدام گزینه صحیح است؟

۱) دقت هر دو روش نمونه‌گیری یکسان است.

۲) با اطلاعات فوق نمی‌توان قضاوت کرد.

۳) دقت نمونه‌گیری تصادفی ساده از نمونه‌گیری خوشه‌ای بیشتر است.

۴) دقت نمونه‌گیری خوشه‌ای از نمونه‌گیری تصادفی ساده بیشتر است.

۹۶- تاس سالمی را مرتباً پرتاب می‌کنیم تا خال ۶ ظاهر شود. در صورت مشاهدهٔ خال $K(K=1,...,5)$، K دقیقه صبر می‌کنیم و سپس تاس را دوباره پرتاب می‌کنیم. هرگاه T برابر زمان انتظار تا مشاهده خال ۶ باشد. مقدار امید ریاضی T کدام است؟

۱) ۱۳

۲) ۱۴

۳) ۱۵

۴) ۱۷

۹۷- n جعبه داریم که هر یک دارای ۳ مهره A، B و C هستند. یک مهره به تصادف از هر جعبه خارج می‌کنیم، احتمال این که A، B و C متعلق به این مجموعه انتخاب شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲^n}{۳^{n-۱}}$

۲) $\frac{۲^n-۱}{۳^{n-۱}}$

۳) $۱-\frac{۲^n}{۳^{n-۱}}$

۴) $۱-\frac{۲^n-۱}{۳^{n-۱}}$

۹۸- شش فنجان و نعلبکی را در نظر گیرید که دو جفت از آنها قرمز، دو جفت سفید و دو جفت آبی است. اگر فنجان‌ها را به تصادف روی نعلبکی‌ها بگذاریم (هر فنجان روی یک نعلبکی) احتمال اینکه هیچ فنجانی روی نعلبکی هم رنگ خود قرار نگیرد کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۹۰}$

۲) $\frac{۱۰}{۹۰}$

۳) $\frac{۸}{۷۲۰}$

۴) $\frac{۱۰}{۷۲۰}$

۹۹- فرض کنید $X_۱$ دارای توزیع نمایی با میانگین $\frac{۱}{\theta}$ و $X_۲,...,X_n$ دارای توزیع نمایی با میانگین $\frac{۲}{\theta}$ باشند. همچنین فرض کنید $X_۱,...,X_n$ مستقل از هم هستند. چقدر احتمال دارد $X_۱$ کوچکترین آماره مرتب در نمونه $X_۱,...,X_n$ باشد؟

۱) $\frac{\theta}{n+۱}$

۲) $\frac{۲\theta}{n+۱}$

۳) $\frac{۲}{n+۱}$

۴) $\frac{۲}{n+\theta}$

۱۰۰- ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه در کیسه‌ای داریم. ۳ مهره را یکی یکی و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. اگر X نمایانگر تعداد مهره‌های سفید در این نمونه باشد، محتمل‌ترین مقدار X کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۰۱- فرض کنید $N(t)$ یک فرآیند پواسن با نرخ λ باشد. اگر $N(a,b) = N(b) - N(a)$، مقدار $P(N(۲,۳) = ۶ \mid N(۰,۴) = ۱۰)$ کدام است؟

۱) $\binom{۱۰}{۶}(\frac{۱}{۴})^۶(\frac{۳}{۴})^۴$

۲) $\binom{۱۰}{۶}(\frac{۶}{۱۰})^۶(\frac{۴}{۱۰})^۴$

۳) $\binom{۱۰}{۶}(\frac{۴}{۱۰})^۶(\frac{۶}{۱۰})^۴$

۴) $\binom{۱۰}{۶}(\frac{۳}{۴})^۶(\frac{۱}{۴})^۴$

۱۰۲- ده عدد میله به تصادف از تولید انبوه یک کارخانه انتخاب کرده‌ایم. اگر طول واقعی میله‌ها X (سانتی‌متر) یک متغیر تصادفی باتابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{۱}{۲}$, $۱۰ \le x \le ۱۲$ باشد، احتمال اینکه در میان ده میله انتخابی، ۵ میله دارای طولی کمتر از ۱۰/۵ سانتی‌متر و ۲ میله دارای طولی بیش از ۱۱/۵ سانتی‌متر باشند کدام است؟

۱) $\frac{۳۱۵}{۴^۷}$

۲) $\frac{۶۳}{۴^۷}$

۳) $\frac{۳۱۵}{۴^۸}$

۴) $\frac{۶۳}{۴^۸}$

۱۰۳- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{x-۱}{۲}$, $۱ < x < ۳$ باشد. تابع $u(x)$ کدام گزینه باشد تا $Y = U(X)$ دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(۰ , ۱)$ باشد؟

۱) $u(x) = \frac{۱}{۴}(x-۱)$

۲) $u(x) = \frac{۱}{۴}(x-۱)^۲$

۳) $u(x) = \frac{۱}{۳}(x-۱)$

۴) $u(x) = \frac{۱}{۳}(x-۱)^۲$

۱۰۴- اگر $X_1 \sim N(\mu, \sigma^2)$ و $X_i = \beta X_{i-1} (i = 2, \dots, n)$، مقدار $Cov(X_1, \sum_{i=1}^{n} X_i)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sigma^2}{n}(\frac{1-\beta^{n+1}}{1-\beta})$

۲) $\frac{\sigma^2}{n}(\frac{1-\beta^{n}}{1-\beta})$

۳) $\sigma^2(\frac{1-\beta^{n+1}}{1-\beta})$

۴) $\sigma^2 \frac{1-\beta^{n}}{1-\beta}$

۱۰۵- یک آزمایش برنولی با احتمال موفقیت p را m+n بار مستقلاً تکرار می‌کنیم. اگر بدانیم تعداد کل موفقیت‌ها k است آنگاه امید ریاضی تعداد موفقیت‌ها در اولین m آزمایش (m تکرار اول) کدام است؟

۱) $\frac{m}{m+n}$

۲) $\frac{k}{m+n}$

۳) $\frac{nk}{m+n}$

۴) $\frac{mk}{m+n}$

۱۰۶- فرض کنید X_1 ، X_2 ، ... یک دنباله از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان بر نولی با پارامتر p باشد. اگر $S_n = X_1 + \dots + X_n$ و $N_k = \min\{n \geq 1 \ , \ S_n = k\}$، توزیع متغیر تصادفی N_k کدام است؟

۱) B (n , p)

۲) B (k , p)

۳) NB (k , p)

۴) NB (n , p)

۱۰۷- اگر $X \sim Bin(n , p)$ ، مقدار $E(\frac{X!}{(X-3)!})$ کدام است؟

۱) $\frac{n!}{(n-3)!} p^3$

۲) $\frac{n!}{(n-3)!} q^3$

۳) $\frac{n!}{(n-3)!} p^2 q$

۴) $\frac{n!}{(n-3)!} pq^2$

۱۰۸- نقطه (X,Y) را به تصادف از ناحیه $R=\{(x,y):|x|+|y|\le ۱\}$ انتخاب می‌کنیم. مقدار $E(X|Y=y)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $y+۱$

۳) ۰

۴) y

۱۰۹- فرض کنید $(X_۱,X_۲)\sim N(۰,۰,۱,۱,\rho)$، توزیع $Y=X_۱^۲-۲\rho X_۱X_۲+X_۲^۲$ کدام است؟

۱) $Exp(\frac{۱}{۱-\rho^۲})$

۲) $Exp(\frac{۱}{۲(۱-\rho^۲)})$

۳) $Exp(۱-\rho^۲)$

۴) $Exp(۲(۱-\rho^۲))$

۱۱۰- فرض کنید $X_۱,\dots,X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل هندسی با تابع احتمال زیر باشند،

$$P[X_i=k]=p_iq_i^{k-۱},\quad k=۱,۲,\dots,\quad i=۱,۲,\dots,n,\quad p_i+q_i=۱$$

اگر $X_{(۱)}=\min\{X_۱,\dots,X_n\}$، $q=\prod_{i=۱}^{n}q_i$ و $p=۱-q$، مقدار $E\left[q^{X_{(۱)}}\right]$ کدام است؟

۱) $\frac{p}{۱+p}$

۲) $\frac{q}{۱+q}$

۳) $\frac{p}{۱+q}$

۴) $\frac{q}{۱+p}$

۱۱۱- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda}$ و N یک متغیر تصادفی هندسی با تابع احتمال $P(N=n)=pq^{n-1}$, $n=1,2,\ldots$ و مستقل از X_iها باشد. اگر $X_{(1)}=\min(X_1,\ldots,X_N)$، مقدار $P(X_{(1)}\le x)$ کدام است؟

۱) $\frac{1-e^{-\lambda x}}{1-qe^{-\lambda x}}$

۲) $\frac{1-e^{-\lambda x}}{1-pe^{-\lambda x}}$

۳) $\frac{1-qe^{-\lambda x}}{1-pe^{-\lambda x}}$

۴) $\frac{1-pe^{-\lambda x}}{1-qe^{-\lambda x}}$

۱۱۲- فرض کنید متغیر تصادفی X با تابع توزیع F_X و تابع چگالی f_X و متغیر تصادفی Y با تابع توزیع F_Y و تابع چگالی f_Y دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. اگر برای هر $z\in R$، $F_X(z)\ge F_Y(z)$ و نامساوی برای حداقل یک z اکید باشد، در مورد $P(X<Y)$ چه می‌توان گفت؟

۱) حداقل $\frac{1}{2}$

۲) حداکثر $\frac{1}{2}$

۳) دقیقاً $\frac{1}{2}$

۴) دقیقاً صفر

۱۱۳- فرض کنید X و $Y=(Y_1,Y_2)$ دو متغیر تصادفی با چگالی احتمال توأم زیر باشند،

$$f(x,y_1,y_2)=x^2(1-x)^{y_1+y_2}\quad ,\quad 0<x<1\quad ,\quad y_1,y_2=0,1,2,\ldots$$

توزیع X کدام است؟

۱) $U(0,1)$

۲) $Beta(1,2)$

۳) $Beta(2,1)$

۴) $Beta(2,2)$

۱۱۴- فرض کنید $X_1,...,X_n$ دارای تابع احتمال توام زیر باشند.

$$P(X_1 = x_1,..., X_n = x_n) = \frac{S_n!(n-S_n)!}{(n+1)!} \quad , \quad x_i = 0,1 \ , \ i = 1,..., n$$

که در آن $S_n = \sum_{i=1}^{n} x_i$. تابع احتمال توام X_{n-1} , ... , X_1 کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\frac{S_{n-1}!(n-S_{n-1})!}{n!}$

۲) $\frac{1}{2}\frac{S_{n-1}!(n-1-S_{n-1})!}{n!}$

۳) $\frac{S_{n-1}!(n-1-S_{n-1})!}{n!}$

۴) $\frac{S_{n-1}!(n-S_{n-1})!}{n!}$

۱۱۵- نقطه‌ای را به تصادف در داخل دایره‌ای به شعاع ۱ و به مرکز $(0,0)$ انتخاب می‌کنیم. فاصلهٔ این نقطه از مبدأ را X می‌نامیم. اگر $X = x$ باشد، آنگاه نقطهٔ دیگری را در داخل دایره‌ای به شعاع x و به مرکز $(0,0)$ انتخاب می‌کنیم. فاصلهٔ این نقطه تا مبـدأ را Y می‌نامیم. $E(Y)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{\pi}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{4}{3}$

۱۱۶- اگر متغیر تصادفی X مقادیر صحیح مثبت را اختیار کند و $K = 0,1,2, ...$ و $P(X > K+1 \mid X > K) = \left(\frac{K+1}{K+2}\right)^2$.

مقدار $E(X)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$

۲) $\frac{\pi}{6}$

۳) $\frac{\pi^2}{3}$

۴) $\frac{\pi^2}{6}$

۱۱۷- متغیر تصادفی X دارای تابع مولد گشتاور $M_x(t)=\frac{۱}{۴}(۱+e^{-t})^۲$ است، مقدار $P(X^۲+۳X+۲=۰)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$

۲) $\frac{۳}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۱۸- متغیر تصادفی X_n دارای توزیع یکنواخت بر بازه‌ی $(-n,n)$ است. درباره توزیع حدی X_n کدام گزینه صحیح است؟

۱) $X_n \xrightarrow{D} ۰$

۲) X_n دارای توزیع حدی نیست.

۳) $X_n \xrightarrow{D} \frac{۱}{۲}$

۴) $X_n \xrightarrow{D} ۱$

۱۱۹- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مثبت مستقل و همتوزیع هستند. امید ریاضی کسر $\frac{۲X+۳Y}{X+Y}$ کدام است؟

۱) ۱/۵

۲) ۲/۵

۳) ۳/۵

۴) ۴/۵

۱۲۰- متغیرهای X و Y دارای تابع چگالی احتمال توام $x,y>۰$ $f(x,y)=۲e^{-x-۲y}$ می‌باشند. مقدار $E[\max(X,Y)]$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۵}{۹}$

۳) $\frac{۱۷}{۱۸}$

۴) $\frac{۲۵}{۱۸}$

۱۲۱- فرض کنید $X_1,...,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0 , \theta)$ باشد. اگر قرار دهیم $T(X)=\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^{\frac{1}{n}}$ آنگاه $T(X)$ یک برآوردگر سازگار برای کدام گزینه است؟

۱) $\frac{1}{\theta}$

۲) $\frac{e}{\theta}$

۳) $\frac{\theta}{e}$

۴) θ

۱۲۲- فرض کنید $X_1, ... , X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی ناتباهیده با واریانس متناهی σ^2 باشد. اگر قرار دهیم $S^2=\frac{1}{n-1}\sum(X_i-\overline{X})^2$ که در آن $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{1}^{n} X_i$ ، آنگاه در مورد S به عنوان برآوردگری برای σ گزینه صحیح کدام است؟

۱) اریب است با اریبی منفی

۲) اریب است با اریبی مثبت

۳) نااریب است.

۴) در مورد اریبی آن نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۱۲۳- فرض کنید $X_1 , ... , X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی $E(\mu,\sigma)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد،

$$f_{\mu,\sigma}(x)=\frac{1}{\sigma}e^{-\frac{1}{\sigma}(x-\mu)} \quad , x>\mu \ , \sigma>0$$

با فرض آنکه $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$ و $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ ، برآوردگر گشتاوری (μ , σ) کدام است؟

۱) $(\overline{X} , S)$

۲) $(\overline{X}-S , S)$

۳) $(\overline{X}+S , S^2)$

۴) $(\overline{X}-S^2 , S^2)$

۱۲۴- فرض کنید ۲,۱,۶,۱,۵,۳ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع هندسی با تابع احتمال $f(x)=p(1-p)^{x-1}$ و $x=1,2,...$ $p\in[\frac{1}{2},\frac{2}{3}]$ است. برآورد ماکسیمم درستنمایی (MLE) پارامتر p کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{4}{9}$

۱۲۵- فرض کنید $X_1, ..., X_n$ دارای توزیع توام باشند. اگر $X_1 \sim N(0,1)$ و برای $j=1,...,n-1$، توزیع شرطی X_{j+1} به شرط $X_1=x_1, ..., X_j=x_j$، $N(\rho x_j, 1)$ باشد. MLE پارامتر ρ کدام است؟

۱) $\sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1} \Big/ \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2$

۲) $\sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1} \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i^2$

۳) $\sum_{i=1}^{n-1} x_i x_{i+1} \Big/ \sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^2$

۴) $\sum_{i=1}^{n-1} (x_i-\bar{x})(x_{i+1}-\bar{x}) \Big/ \sum_{i=1}^{n} (x_i-\bar{x})^2$

۱۲۶- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\theta^2, \theta)$ باشد اگر $X_{(1)}=\min(X_1,...,X_n)$ و $X_{(n)}=\max(X_1,...,X_n)$، برآوردگر ماکسیمم درستنمایی θ کدام است؟

۱) $\sqrt{X_{(1)}}$

۲) $X_{(n)}$

۳) $\max(\sqrt{X_{(1)}}, X_{(n)})$

۴) $\frac{\sqrt{X_{(1)}}+X_{(n)}}{2}$

۱۲۷- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,\theta)$ باشد (θ واریانس توزیع است).
فرض کنید $U=\frac{\overline{X}^2}{\overline{X^2}}$ ، کدام گزاره درست است؟ ($\overline{X}=\frac{1}{n}\sum X_i$ ، $\overline{X^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$)

۱) توزیع U به θ بستگی دارد.

۲) واریانس U به θ بستگی دارد.

۳) $E(U)=\frac{1}{n^2}$

۴) $E(U)=\frac{1}{n}$

۱۲۸- فرض کنید X_1 , X_2 یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu\ ,\ \sigma^2)$ باشد. اگر $T(X_1\ ,\ X_2)=(X_1,2X_2)$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) آماره T بسنده نیست امّا کامل است.

۲) آماره T بسنده و کامل است.

۳) آماره T بسنده است امّا کامل نیست.

۴) آماره T نه بسنده است و نه کامل است.

۱۲۹- اگر $X_1,...,X_5$ یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد. کدام آماره برای θ بسنده است؟

۱) $\sum_{i=1}^{5}iX_i$

۲) $\sum_{i=1}^{5}\frac{X_i}{i}$

۳) $\sum_{i=1}^{5}(2i-1)X_i$

۴) $\sum_{i=1}^{5}(2i+1)X_i$

۱۳۰- فرض کنید X_1,X_2,X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ $(0<\theta<1)$ و $T=X_1+X_2+X_3$ باشد. آماره $U=(X_1+X_2\ ,\ X_1+X_3)$ برای θ بسنده نیست، زیرا:

۱) U تابع T است.

۲) U و T مستقل‌اند.

۳) U و T همتوزیع هستند.

۴) T تابع U نیست.

۱۳۱- فرض کنید $X_1, X_2, \ldots, X_m$ و $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ نمونه‌های تصادفی مستقل با توزیع‌های نمایی با میانگین‌های به ترتیب $\frac{1}{\lambda}$ و $\frac{1}{\lambda\theta}$ باشند. برآوردگر ناریب با کمترین واریانس یکنواخت (UMVUE) پارامتر θ کدام است؟

۱) $\frac{n-1}{m} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} X_i}{\sum_{j=1}^{n} Y_j}$

۲) $\frac{m}{n-1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_j}{\sum_{i=1}^{m} X_i}$

۳) $\frac{m}{n} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_j}{\sum_{i=1}^{m} X_i}$

۴) $\frac{n}{m} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{m} X_i}{\sum_{j=1}^{n} Y_j}$

۱۳۲- فرض کنید X_1 و X_2 دو متغیر تصادفی هم توزیع با میانگین μ و واریانس σ^2 باشند. اگر برآوردگر UMVUE $(a \neq b)$ $T = aX_1 + bX_2$ پارامتر μ باشد، مقدار $\mathrm{Cov}(X_1, X_2)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) σ^2

۳) $(b-a)\sigma^2$

۴) $a\sigma^2 + b$

۱۳۳- فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu,\sigma^2)$ باشد. که در آن μ و σ^2 هر دو نامعلوم $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ و $S^2=\frac{1}{n-1}\sum(X_i-\overline{X})^2$ باشند، برآوردگر ناریب با کمترین واریانس (UMVUE) پارامتر μ^3 کدام است؟

۱) $\overline{X}^3-\frac{3\overline{X}S^2}{n}$

۲) $\overline{X}^3-\frac{\overline{X}S^2}{n}$

۳) $\overline{X}^3+\frac{\overline{X}^2S^2}{n}$

۴) $\overline{X}^3+\frac{2\overline{X}^2S^2}{n}$

۱۳۴- فرض کنید X_1 , X_2 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت در فاصله $(0,\theta)$ باشند. اگر برای آزمون فرض $H_0:\theta=1$ در مقابل $H_1:\theta=2$ ناحیه بحرانی به صورت $X_1+X_2>\frac{1}{2}$ باشد، توان آزمون کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$

۲) $\frac{7}{8}$

۳) $\frac{15}{16}$

۴) $\frac{31}{32}$

۱۳۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال زیر باشد. پر توان‌ترین آزمون در سطح α برای آزمون $H_0:X\sim f_0$ در مقابل $H_1:X\sim f_1$ کدام است؟

$$f_0(x)=\begin{cases}4x & ;\ 0<x<\frac{1}{2}\\ 4(1-x) & ;\ \frac{1}{2}\le x<1\end{cases}\quad,\quad f_1(x)=1\quad,\ 0<x<1$$

۱) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & |x-\frac{1}{2}|>\sqrt{\frac{\alpha}{4}}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۲) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & |x-\frac{1}{2}|<\sqrt{\frac{\alpha}{4}}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۳) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & |x-\frac{1}{2}|>\sqrt{\frac{\alpha}{4}}+\frac{1}{2}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۴) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & |x-\frac{1}{2}|<\sqrt{\frac{\alpha}{4}}+\frac{1}{2}\\ 0 & \text{o.w.}\end{cases}$

۱۳۶- فرض کنید X یک تک مشاهده از تابع چگالی احتمال زیر باشد

$$f_\theta(x)=2\theta x+1-\theta \quad ; 0<x<1 \ , -1<\theta<1$$

پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت با اندازه α برای آزمون $H_0:\theta\le 0$ در مقابل $H_1:\theta>0$ کدام است؟

۱) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & x<1-\alpha\\ 0 & o.w.\end{cases}$

۲) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & x<\alpha\\ 0 & o.w.\end{cases}$

۳) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & x>1-\alpha\\ 0 & o.w.\end{cases}$

۴) $\varphi(x)=\begin{cases}1 & x>\alpha\\ 0 & o.w.\end{cases}$

۱۳۷- فرض کنید $X_1,X_2,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه‌ی $(\theta-\rho\ ,\ \theta+\rho)$ باشد. اگر $\lambda(X_1,...,X_n)$ آماره‌ی آزمون نسبت درستنمایی برای انجام آزمون فرض $H_0:\rho=\rho_0$ در مقابل $H_1:\rho\neq\rho_0$ باشد، توزیع دقیق $\sqrt[n]{\lambda(X_1,...,X_n)}$ کدام است؟

۱) $\chi^2_{(2n)}$

۲) $\chi^2_{(n-1)}$

۳) $Beta(n,1)$

۴) $Beta(n-1,2)$

۱۳۸- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع زیر باشد،

$$f_\theta(x)=\frac{1}{2}e^{-|x-\theta|} \quad -\infty<x<\infty \ , \ -\infty<\theta<\infty$$

اگر فاصله $(\min\limits_{1\le i\le n} X_i \ , \ \max\limits_{1\le i\le n} X_i)$ را به عنوان فاصله اطمینان برای θ در نظر بگیریم ضریب اطمینان آن کدام است؟

۱) $1-\frac{1}{2^n}$

۲) $1-\frac{1}{2^{n-2}}$

۳) $1-\frac{1}{2^{n-1}}$

۴) $1-\frac{1}{2^{n+1}}$

۱۳۹- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,\sigma^2)$ باشد. اگر $S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ و $(0,S)$ یک فاصله اطمینان برای σ باشد، ضریب اطمینان این فاصله برای n های بزرگ تقریباً کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{3}{4}$

۱۴۰- فرض کنید $X_1,...,X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x)=\frac{1}{\theta}e^{-\frac{1}{\theta}(x-\theta)}$, $x>\theta$, $\theta>0$ باشد. بازهٔ اطمینان $(1-\alpha)100$ درصدی با دم‌های برابر بر اساس $X_{(1)}=\min_{1\le i\le n}X_i$ کدام است؟

۱) $(\frac{X_{(1)}}{1-\frac{1}{n}\ln\frac{\alpha}{2}} , \frac{X_{(1)}}{1-\frac{1}{n}\ln(1-\frac{\alpha}{2})})$

۲) $(\frac{X_{(1)}}{-\frac{1}{n}\ln\frac{\alpha}{2}} , \frac{X_{(1)}}{-\frac{1}{n}\ln(1-\frac{\alpha}{2})})$

۳) $(\frac{X_{(1)}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\ln\frac{\alpha}{2}} , \frac{X_{(1)}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\ln(1-\frac{\alpha}{2})})$

۴) $(\frac{X_{(1)}}{1+\frac{1}{n}\ln\frac{\alpha}{2}} , \frac{X_{(1)}}{1+\frac{1}{n}\ln(1-\frac{\alpha}{2})})$

۱۴۱- اگر $(۱+\sqrt{۲})^n = a_n + b_n\sqrt{۲}$، که در آن a_n و b_n اعداد گویا هستند، مقدار $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $۲\sqrt{۲}$

۱۴۲- مقدار $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{۱+\frac{۱}{۲}+\ldots+\frac{۱}{n}}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) e

۴) ∞

۱۴۳- مقدار $\sup\left\{\sqrt[n]{n} \mid n = ۱,۲,۳,\ldots\right\}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[۳]{۳}$

۲) $\sqrt[۴]{۴}$

۳) ۲

۴) e

۱۴۴- مقدار $A = ۲+۳+\frac{۱۲}{۴}+\frac{۲۰}{۸}+\frac{۳۰}{۱۶}+\frac{۴۲}{۳۲}+\frac{۵۶}{۶۴}+\ldots$ کدام است؟

۱) ۲۰

۲) ۱۸

۳) ۱۶

۴) ۱۲

۱۴۵- اگر مشتق تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ همه جا منفی باشد و $f(0)=1$ و $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))=-\frac{1}{1+x^2}$، آنگاه مقدار $\int_0^1 f^{-1}(x)\,dx$ کدام است؟

۱) -1

۲) 1

۳) $\frac{1}{2}\ln 2$

۴) ∞

۱۴۶- ضریب زاویه خط عمود بر منحنی $x^3+y^3=28$ در نقطه‌ای به طول یک کدام است؟

۱) $-\frac{1}{12}$

۲) $-\frac{1}{9}$

۳) $\frac{1}{12}$

۴) 9

۱۴۷- نقطه‌های $P(0,0,0)$, $Q(0,1,-1)$ نقاط بحرانی تابع $f(x,y,z)=x^2+12yz+(y-z)^3$ هستند. نوع این نقاط کدام است؟

۱) P نقطه زینی و Q نقطه مینیمم

۲) P و Q هر دو نقطهٔ زینی

۳) P و Q هر دو نقطهٔ ماکسیمم

۴) P و Q هر دو نقطه مینیمم

۱۴۸- مقدار شار برونسوی از نیم کرهٔ بستهٔ $x^2+y^2+z^2=1$، $z\geq 0$، توسط میدان $\vec{F}(x,y,z)=(xz,yz,2y)$ کدام است؟

۱) 0

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) π

۴) 2π

۱۴۹- مقدار $\iint_R \sqrt{xy}\,dx\,dy$ که در آن $R=\{(x,y)\mid 0\le x\le 1\,,\,0\le y\le 1\}$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{9}$

۲) $\frac{2}{9}$

۳) $\frac{4}{9}$

۴) ۱

۱۵۰- مقدار کار انجام شده بوسیله $\vec{F}=-x^2y\vec{i}+\arctan y^2\vec{j}$ در امتداد مربع به رئوس $(1,-1)$, $(-1,-1)$, $(-1,1)$, $(1,1)$، که در جهت مثبت طی می‌شود، کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{4}{3}$

۴) $\frac{6}{3}$

۱۵۱- با این فرض که u تابعی هموار از دو متغیر t و x است و $\frac{\partial u}{\partial x}=-\alpha\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$، عبارت $\frac{\partial^k u}{\partial x^k}$ برابر است با:

۱) $(-1)^k\alpha^k\frac{\partial}{\partial t}\quad\frac{\partial^k u}{\partial x^k}$

۲) $(-1)^k\alpha^k\frac{\partial}{\partial x}\quad\frac{\partial^k u}{\partial x^k}$

۳) $(-1)^k\alpha^k\frac{\partial^{2k}u}{\partial t^{2k}}$

۴) $(-1)^k\alpha^k\frac{\partial^{2k}u}{\partial t^{2k}}$

۱۵۲- فرض کنید تابع دو متغیره حقیقی f تا مرتبه ۳ به طور پیوسته مشتق‌پذیر باشد. در اینصورت $\nabla div(\nabla f)-(f_{xxx}\vec{i}+f_{yyy}\vec{j})$ برابر است با:

۱) $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(f_x\vec{i}+f_y\vec{j})$

۲) $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(f_y\vec{i}-f_x\vec{j})$

۳) $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(f_x\vec{i}-f_y\vec{j})$

۴) $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(f_y\vec{i}+f_x\vec{j})$

۱۵۳- برای منحنی $r=a(1-\cos\theta)$ شعاع انحنا کدام است؟

۱) $\rho=\frac{2a|\cos\theta/2|}{3}$

۲) $\rho=\frac{2a|\sin\theta/2|}{3}$

۳) $\rho=\frac{4a|\cos\theta/2|}{3}$

۴) $\rho=\frac{4a|\sin\theta/2|}{3}$

۱۵۴- اگر $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$ و $\{x_n\}$ یک دنباله در $\mathbb{R}$ باشد، گزینه صحیح کدام است؟

۱) اگر $\{x_n\}$ واگرا باشد آنگاه $\{f(x_n)\}$ نیز واگراست.

۲) اگر $\{x_n\}$ یک دنبالهٔ کوشی در $\mathbb{R}$ باشد آنگاه $\{f(x_n)\}$ نیز در $\mathbb{R}$ کوشی است.

۳) اگر $\{x_n\}$ همگرا باشد لزومی ندارد $\{f(x_n)\}$ همگراباشد.

۴) اگر $\{x_n\}$ یکنوا باشد، $\{f(x_n)\}$ لزوماً همگرا نیست.

۱۵۵- کدام تابع بر دامنهٔ داده شده پیوستهٔ یکنواخت است؟

۱) $f(x)=x^2\ ,\ x\in\mathbb{R}$

۲) $f(x)=\frac{1}{1+|x|}\ ,\ x\in\mathbb{R}$

۳) $f(x)=\tan x\ ,\ x\in(0,\frac{\pi}{2})$

۴) $f(x)=\ln x\ ,\ x\in(0,1)$

۱۵۶- دنباله $\{x_n\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x_1 = 1 \, , \, x_2 = 1 \quad و \quad x_{n+1} = x_n + x_{n-1} \, , \, n \geq 2$$

مقدار $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x_n}{x_{n-1} \cdot x_{n+1}}$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۱

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ∞

۱۵۷- فرض کنید تابع $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ در نقطه x_0 مشتق‌پذیر باشد. در این صورت $\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 - nh)}{h}$ برابر است با:

۱) $(m+n)f'(x_0)$

۲) $(mn)f'(x_0)$

۳) $(m-n)f'(x_0)$

۴) $(n-m)f'(x_0)$

۱۵۸- کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر زیر مجموعهٔ فشرده در $\mathbb{R}$ همبند است.

۲) هر زیر مجموعهٔ فشرده در $\mathbb{R}$ کامل است.

۳) هر زیر مجموعهٔ کامل ناتهی در $\mathbb{R}$ ناشمارا است.

۴) هر زیر مجموعهٔ همبند در $\mathbb{R}$ کامل است.

۱۵۹- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و $f : X \to Y$ یک تابع باشد. کدام شرط تضمین می‌کند که f پیوسته باشد؟

۱) برای هر $F \subseteq Y$ بسته، $f^{-1}(F)$ در X فشرده باشد.

۲) برای هر $F \subseteq Y$ فشرده، $f^{-1}(F)$ در X فشرده باشد.

۳) برای هر $E \subseteq X$ فشرده، $f(E)$ در Y فشرده باشد.

۴) برای هر $E \subseteq X$ بسته، $f(E)$ در Y فشرده باشد.

۱۶۰- **کدام گزینه نادرست است؟**

۱) در فضای متریک کامل (complete) هر دنباله کراندار دارای زیر دنباله‌ای همگراست.

۲) در فضای متریک کامل $\mathbb{R}^k$ با متریک اقلیدسی هر دنباله کراندار دارای زیر دنباله‌ای همگراست.

۳) هر فضای متریک گسسته کامل است.

۴) هر فضای متریک فشرده کامل است.

کليد اوليه آزمون تحصيلات تکميلي (کارشناسي ارشد) سال 1391

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون کارشناسي ارشد سال 1391 مي رساند که کليد اوليه اوليه سؤالات بر روي سايت سازمان سنجش قرار گرفته است. اين کليد اوليه غير قابل استناد است. پس از دريافت نظرات داوطلبان و صاحب‌نظران کليد نهائي سؤالات تهيه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. از اين رو، داوطلبان در صورت تمايل مي‌توانند تا تاريخ 90/12/15 با مراجعه به سايت سازمان سنجش از طريق سيستم اينترنتي ارسال درخواست نسبت به تکميل فرمي که براي دريافت اين نظرات آماده گرديده است، اقدام نمايند. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طريق اينترنت دريافت خواهد شد و به موارد ارسالي از طريق ديگر رسيدگي نخواهد گرديد. با توجه به اينکه بعد از تاريخ 90/12/15 نظرات جمع‌آوري و کليد اوليه نهايي ساخته خواهد شد، هيچ تجديدنظري پس از اين تاريخ قابل بررسي نخواهد بود.

کد رشته امتحاني	نام رشته امتحاني	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحاني
1207	مجموعه امار	B	**1**	علوم پايه

شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح
1	4	26	3	51	2	76	4
2	1	27	1	52	1	77	2
3	3	28	2	53	4	78	1
4	2	29	1	54	3	79	4
5	3	30	4	55	4	80	2
6	1	31	3	56	4	81	4
7	4	32	2	57	3	82	4
8	2	33	2	58	1	83	3
9	3	34	1	59	2	84	1
10	1	35	4	60	2	85	3
11	2	36	1	61	4	86	1
12	3	37	4	62	3	87	2
13	4	38	1	63	1	88	3
14	4	39	2	64	3	89	2
15	2	40	3	65	1	90	2
16	1	41	2	66	2	91	1
17	2	42	4	67	2	92	4
18	4	43	1	68	1	93	3
19	3	44	3	69	2	94	4
20	4	45	4	70	1	95	3
21	1	46	3	71	1	96	3
22	3	47	2	72	4	97	4
23	3	48	1	73	3	98	2
24	4	49	2	74	3	99	3
25	2	50	1	75	3	100	3

شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح
101	1	131	1	161		191	
102	1	132	2	162		192	
103	2	133	1	163		193	
104	4	134	4	164		194	
105	4	135	3	165		195	
106	3	136	3	166		196	
107	1	137	4	167		197	
108	3	138	3	168		198	
109	2	139	3	169		199	
110	2	140	1	170		200	
111	1	141	2	171		201	
112	1	142	2	172		202	
113	1	143	1	173		203	
114	2	144	3	174		204	
115	4	145	3	175		205	
116	4	146	4	176		206	
117	4	147	1	177		207	
118	2	148	2	178		208	
119	2	149	3	179		209	
120	4	150	3	180		210	
121	3	151	4	181		211	
122	1	152	4	182		212	
123	2	153	4	183		213	
124	2	154	2	184		214	
125	1	155	2	185		215	
126	3	156	1	186		216	

127	4	157	1	187		217	
128	3	158	3	188		218	
129	2	159	1	189		219	
130	4	160	1	190		220	

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
221		251		281		311	
222		252		282		312	
223		253		283		313	
224		254		284		314	
225		255		285		315	
226		256		286		316	
227		257		287		317	
228		258		288		318	
229		259		289		319	
230		260		290		320	
231		261		291			
232		262		292			
233		263		293			
234		264		294			
235		265		295			
236		266		296			
237		267		297			
238		268		298			
239		269		299			
240		270		300			
241		271		301			
242		272		302			
243		273		303			
244		274		304			
245		275		305			
246		276		306			
247		277		307			
248		278		308			
249		279		309			
250		280		310			

بازگشت

© 2011 Sanjesh Organization, All Right Reserved