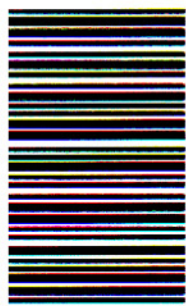


210

B

نام
نام خانوادگی
محل امضاء



210B

عصر چهارشنبه
۹۱/۱۱/۱۸



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل - سال ۱۳۹۲

مجموعه آمار - کد ۱۲۰۷

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۱۶۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	علوم اقتصادی و اجتماعی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	آمار کاربردی (روش های آماری - رگرسیون - نمونه گیری)	۴۵	۵۱	۹۵
۴	آمار نظری (احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ و ۲)	۴۵	۹۶	۱۴۰
۵	ریاضی (ریاضی عمومی - آنالیز ریاضی ۱)	۲۰	۱۴۱	۱۶۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی باشد.

Part A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

- 1- I was confused when reading the student's paper because it lacked ----- . First she told about a trip to a farm, and then she described her math test, and her topic was supposed to be about a favorite building.
1) persistence 2) coherence 3) equivalence 4) inference
- 2- If you are here in the autumn, you will also see that the oak is losing its leaves. Most oak trees are -----, meaning they lose their leaves in the fall.
1) deciduous 2) symbiotic 3) immutable 4) asymmetrical
- 3- When I went to visit, Marsha's greeting was ----- . A few people had told me that she was often cold and unfriendly, but I did not find her so.
1) cordial 2) inevitable 3) ravenous 4) gloomy
- 4- One area that greetings illuminate is ----- . For example, which person says "hello" first and how someone is greeted can be part of the stratification system in a society.
1) awe 2) demise 3) deterrence 4) status
- 5- Welfare workers were sternly ----- by the court for ignoring the woman's plea for help.
1) transmuted 2) coerced 3) rebuked 4) enforced
- 6- Kate shouldn't have any problem finding a job with her ----- of skills.
1) attachment 2) repertoire 3) initiation 4) expertise
- 7- To ----- the boredom that had set into my life, I decided to live on a farm for a year.
1) fluctuate 2) elicit 3) distract 4) alleviate
- 8- We should ----- our nation's teachers because they have much of the responsibility for educating the future.
1) verbalize 2) vindicate 3) venerated 4) verify
- 9- Twins, being of ----- ages, are usually even better matched on environmental variables during upbringing than are siblings.
1) identical 2) volatile 3) adjacent 4) consistent
- 10- The great strength of 123 For Windows is its ----- with all the earlier versions of the product.
1) disparity 2) neutrality 3) compatibility 4) clarity

Part B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

In a fundamental discovery made in 1954, James Olds and Peter Milner found that stimulation of certain regions of the brain of the rat acted as a reward in teaching the animals to run mazes and solve problems. The conclusion from such experiments (11) ----- stimulation gives the animals pleasure. The discovery has also been confirmed in humans. These regions are called pleasure or reward centers. One important centre is in the septal region, (12) ----- are reward centers in the hypothalamus and in the temporal lobes of the cerebral hemispheres (13) ----- . When the septal region is stimulated in conscious patients (14) ----- neurosurgery, there are feelings of pleasure, optimism, euphoria, and happiness.

Regions of the brain also clearly cause rats distress when electrically stimulated; these are called aversive centers. (15) -----, the existence of an aversive centre is less certain than that of a reward centre.

- | | | | |
|------------------------|---------------|----------------|----------------------|
| 11- 1) is | 2) are the | 3) is that | 4) whose |
| 12- 1) where | 2) where they | 3) in which | 4) and there |
| 13- 1) as well | 2) either | 3) also are | 4) are too |
| 14- 1) to be undergone | 2) undergoing | 3) undergo | 4) have undergone |
| 15- 1) Otherwise | 2) However | 3) Even though | 4) By the same token |



PART C: Reading Comprehension

Directions: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.

IMS Fellow George Casella passed away on June 17, aged 61, after a nine-year battle with multiple myeloma. George was born in Bronx, NY, where he attended the Bronx High School of Science. He received his BA in Math from Fordham and his MS and PhD in Statistics from Purdue University. In a distinguished career as a teacher, mentor and researcher at Rutgers, Cornell and the University of Florida, George mentored 48 MS and PhD students, published over 200 articles in peer reviewed journals, and co-authored nine textbooks. He served as editor of *Statistical Science*, *JASA*, and *JRSS(B)*. George was a Fellow of IMS, ASA, the Spanish Royal Academy of Sciences and the American Association for the Advancement for Science, and an elected member of ISI.

An obituary is being prepared and will appear in a future issue

- 16- **When did Casella die?**
 1) On June 17 2) When he was old 3) When he was sick 4) When he was young
- 17- **Where did he receive his PhD from?**
 1) Harvard 2) Paris 3) Purdue 4) Michigan
- 18- **How many articles did he publish?**
 1) About 9 2) About 48 3) more than 200 4) Fewer than 200
- 19- **"Obituary" means?**
 1) Objective 2) Forgetfulness 3) A report 4) A report of death
- 20- **What was Casella's job?**
 1) He was a merchant. 2) He was an engineer.
 3) He was a statistician. 4) He was a reseaches.

This article documents modern software issues in estimating the three-parameter Weibull distribution using maximum likelihood estimation. It shows that considerable variability exists in results reported by different statistical packages. These differences may be critical for those who would use the three parameter Weibull.

As mentioned earlier, maximum likelihood is not the only procedure available when estimating population parameters. For difficult estimation problems, especially for non-large sample sizes, alternative methods may be worth investigating.

- 21- **What does "To document" mean?**
 1) To do research 2) To summarize data
 3) To have a logical letter 4) To write some related facts
- 22- **What are the software issues about?**
 1) About moment estimate 2) About the Weibull distribution
 3) About ML estimate 4) About statistics
- 23- **The article is about a distribution with -----**
 1) three parameters 2) many parameters 3) two parameters 4) no parameters
- 24- **Which one is correct?**
 1) Weibull's estimate 2) The Weibull's estimate
 3) Estimate of Weibull 4) Estimate of Weibull's
- 25- **"Procedure" means ----- .**
 1) plan 2) proof 3) the correct way 4) improvement



A growing number of people need to be able to analyze data and reason quantitatively—in short, to understand statistics. A significant fraction of those people, however, are held back from doing so by a barrier of mathematics. A number of textbooks have made worthy efforts to reach this audience by attempting to explain statistical ideas with a minimal use of equations. Of particular note is the groundbreaking *Statistics* (Freedman, Pisani, and purves 1978), which states: "Mathematical notation only seems to confuse things for many people, so this book relies on words, charts, and tables; there are hardly any x's or y's."

- 26- what does "To analyze data" mean?
 1) To understand a theory
 2) To reason mathematically
 3) To understand statistics
 4) To solve a problem
- 27- A groundbreaking book is a book with ----- .
 1) hard theorems
 2) tough formulas
 3) new methods and ideas
 4) pictures about the earth
- 28- Who wrote a simple book in statistics in 1978?
 1) Three persons
 2) A student
 3) A teacher
 4) A mathematician
- 29- Advanced formulas ----- .
 1) are needed for ideas
 2) simplify the ideas
 3) confuse the ideas
 4) help a lot
- 30- "To rely" means ----- .
 1) to relate
 2) to report
 3) to depend
 4) to reason

علوم اقتصادی و اجتماعی

- ۳۱- کدام یک از کالاهای زیر می تواند هم کالای مصرفی و هم سرمایه ای تلقی شود؟
 (۱) توربین
 (۲) دستگاه آبمیوه گیری
 (۳) خرمکوب
 (۴) لباس
- ۳۲- توابع تقاضا و هزینه یک انحصارگر به ترتیب زیر است:
 $P = 100 - 4q$
 $C = 50 + 20q$
 که P قیمت کالا، q مقدار کالا و C هزینه است. تولید این انحصارگر با هدف حداکثر سود برابر است با چند واحد؟
 (۱) ۵
 (۲) ۸
 (۳) ۱۰
 (۴) ۲۰
- ۳۳- اگر با حراج یک کالا به قیمت ارزانتر، عواید حاصل از فروش کل آن کالا، افزایش یابد، به این معنی است که ضریب کشش قیمتی تقاضای کالا:
 (۱) صفر است.
 (۲) کوچکتر از یک است.
 (۳) بزرگتر از واحد است.
 (۴) بی نهایت است.
- ۳۴- برای تابع تولید بصورت $q = K + 2L$ که در آن q تولید کالا و K سرمایه و L نیروی کار است، نرخ نهایی جانشینی فنی برابر است با:
 (۱) $\frac{1}{2}L$
 (۲) $\frac{1}{2}K$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) ۲

۳۵- بازار کالای X رقابتی است و توابع عرضه و تقاضای آن بصورت زیر است:

$$P = 300 - X$$

$$P = 60 + 2X$$

مقدار و قیمت کالای X در شرایط تعادل برابر است با:

$$P = 220 \text{ و } X = 80 \text{ (۲)}$$

$$P = 230 \text{ و } X = 70 \text{ (۱)}$$

$$P = 210 \text{ و } X = 90 \text{ (۴)}$$

$$P = 225 \text{ و } X = 75 \text{ (۳)}$$

۳۶- چنانچه جدول زیر برای اقتصادی برقرار باشد،

درآمد	مصرف
۱۰۰۰	۱۰۰۰
۱۵۰۰	۱۴۰۰
۲۰۰۰	۱۸۰۰

میل نهایی به پس انداز در این جامعه برابر است با:

$$\frac{3}{10} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{10} \text{ (۱)}$$

$$\frac{5}{10} \text{ (۴)}$$

$$\frac{4}{10} \text{ (۳)}$$

۳۷- اگر میل نهایی به مصرف ۷۵ باشد، و مخارج دولت و مالیات‌ها به میزان ۱۰۰ واحد افزایش یابند، درآمد تعادلی (در

شرایطی که مالیات‌ها مستقل از درآمد هستند):

(۲) به میزان ۴۰۰ واحد افزایش می‌یابد.

(۱) به میزان ۱۰۰ واحد افزایش می‌یابد.

(۴) تغییری نمی‌کند.

(۳) به میزان ۷۵ واحد افزایش می‌یابد.

۳۸- با تابع هزینه کل $TC = 5Q^2 - 2Q^2 + 7Q + (15)^3$ ، تابع هزینه متوسط متغیر کدام است؟

$$y = 5Q^2 - 2Q + 7 + \frac{(15)^3}{Q} \text{ (۲)}$$

$$y = \frac{(15)^3}{Q} \text{ (۱)}$$

$$y = 5Q^2 - 2Q + 7 \text{ (۴)}$$

$$y = 15Q^2 - 4Q + 7 \text{ (۳)}$$

۳۹- با افزایش نرخ مرجع دلار برای واردات مواد اولیه صنایع اتومبیل‌سازی، با ثبات سایر عوامل، منحنی عرضه اتومبیل چه تغییری

می‌کند؟

(۲) عمود بر محور Xها

(۱) انتقال به سمت چپ

(۴) نزولی

(۳) تغییر مکان به سمت راست

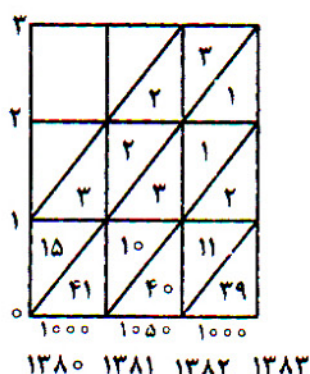
۴۰- اگر درآمد ملی ۳۵۷ واحد پولی و نرخ تورم ۱۹ درصد باشد، درآمد واقعی چه قدر است؟

$$257 \text{ (۲)}$$

$$238 \text{ (۱)}$$

$$338 \text{ (۴)}$$

$$300 \text{ (۳)}$$



۴۱- میزان تعدیل شده مرگ نوزادان در سال ۱۳۸۱ برابر است با:

FY, F (1)

$$F \wedge \neg Y \quad (2)$$
 $\Delta F, \gamma$ (3) $\Delta Y (\%)$

۴۲- با توجه به جدول فوق، از متولدین سال ۱۳۸۰ چند نفر در آغاز سال ۱۳۸۲ در قید حیات بوده‌اند؟

۹۴۶ (۴)

943 (3)

91905

AAZ (1)

۴۳- بر اساس داده‌های سال ۲۰۱۲، درصد سهم جمعیت سنین زیر ۱۵ سال و بالاتر از ۶۵ سال به ترتیب در ۳ کشور به قرار زیر است:

کوادور (۳۰-۶)، برزیل (۲۴-۷)، ژاپن (۱۳-۲۴). کدام کشورها در مرحله «باز بودن پنجره جمعیت» قرار دارند؟

(۴) ژاين

(۳) یوزیل

(۲) اکھادور و برزیل

(۱) اکمادور

۴۴- در نظریه‌های جمعیت‌شناختی منظور از «نیروی محرکه جمعیت» کدام است؟

(۱) اشاره به نقش نهادهای فرهنگی و رسانه‌ها در جهت دادن به رفتار و حرکت‌های اجتماعی است.

(۲) اشاره به زخ‌های بالای موالید است که رشد شتابان جمعیت را در پی دارد.

(۳) اشاره به حرکت و جابه‌جایی، جمعیت و تأثیر مهاجرت‌های فراینده بر ویژگی‌های جامعه مبدأ و مقصد است.

۴) اشاره به دوره‌ای از گذار جمعیتی است که علی‌رغم کاهش باروری تا سطح جانشینی، به واسطه اثر ساختار سنی، تا چند دهه افزایش جمعیت تداوم می‌یابد.

۴۵- امید زندگی، بده تولد در کشور اوگاندا برای سال ۲۰۱۲ برابر با ۴۸ سال اعلام شده است. با توجه به مقدار این شاخص می‌توان

نتیجه گرفت که میانگین سنی فوت شدگان این کشور در قیاس با میانه سنی فوت شدگان:

(۲) بالاقه است.

(۱) یاسم: ۲۰ است.

(۴) نیاز به اطلاعات بیشتری دارد.

(۳) خیل به هم نزدیک اند.

۴۶- مرحله اول گذار جمعیتی ایران چه زمانی آغاز شده است؟

۲) سالهای اولیه پس از انقلاب

(۱) در فاصله بین دو جنگ جهانی

(۴) هم زمان با افزایش قیمت نفت دهه ۱۳۵۰

(۳) هم: ما، با اصلاحات ارضی، دهه ۱۳۴۰

۴۷- در سرشماری هژینه کل و هژینه سرانه در قیاس با آمارگیری نمونه‌ای به ترتیب است.

(۴) بیشتر و بیشتر

(۳) بیشتر و کمتر

(۲) کمتر و بیشتر

(۱) کمیت و کمیت

۴۸- در یک جمعیت متوقف یا ساکن (Stationary) کدام عبارت صحیح است؟

(۱) میزان عمومی، موالد به این با عکس مقدار امید زندگی بدو تولد است.

(۲) تعداد جمعیت در گروه‌های سنی، در طول زمان تغییر می‌کند اما سهم آنها از کل جمعیت همواره ثابت است.

(۳) تفاوت میزان: عمومی، مرگ و میر و میزان عمومی، موالید تابعی از ساخت سنی این جمعیت است.

(۴) سهم جمعیت هر گروه سنی از کل جمعیت ساکن از رابطه $\frac{1}{T_y}$ به دست می‌آید.

۴۹- در یک جدول عمر داریم:

$$\begin{cases} T_{45} = 2540 \\ l_{40} = 93 \\ l_{45} = 91 \\ L_{45} = 400 \end{cases}$$

چه نسبت از جمعیت ۳۵ ساله و بیشتر پس از ۵ سال زنده خواهند بود؟

- (۱) ۰/۹۷۸ (۲) ۰/۸۸۲ (۳) ۰/۸۰۸ (۴) ۰/۷۸۷

۵۰- اگر میزان عمومی موالید برابر با ۳۰ در هزار و تعداد زنان ازدواج کرده در سنین باروری برابر با ۲۰ درصد کل جمعیت باشد، میزان باروری نکاحی برابر است با:

- (۱) برای محاسبه به اطلاعات بیشتری نیاز است.
(۲) ۱۵ در هزار
(۳) ۶۰ در هزار
(۴) ۱۵۰ در هزار

منحنی نرمال استاندارد

منحنی توزیع t

منحنی توزیع مربع کای

z	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6444	6480	6517
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8313	8340	8365	8389
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8769	8790	8810	8830
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441
1.6	9452	9464	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857
2.2	9861	9864	9868	9871	9875	9878	9881	9884	9887	9890
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974
2.8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9980	9981	9981
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986
3.0	9987	9987	9987	9988	9988	9988	9989	9989	9990	9990
3.1	9990	9991	9991	9991	9992	9992	9992	9993	9993	9993
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9995	9995	9995	9995
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997

df	10	05	025	01	005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.941
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.282	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.261	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.072
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.045
14	1.345	1.761	2.145	2.624	3.023
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.997
16	1.337	1.746	2.119	2.583	2.971
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.950
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.931
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.914
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.898
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.884
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.871
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.859
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.848
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.837
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.827
27	1.314	1.705	2.052	2.473	2.818
28	1.313	1.703	2.048	2.467	2.809
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.801

df	995	990	975	950	050	025	010	005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1453	11.070	12.832	15.086	16.759
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6665	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.2582	2.7003	3.3251	16.919	19.022	21.559	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9401	18.307	20.483	22.768	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	23.589	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	24.726	28.307
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	25.919	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	27.071	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2890	24.996	27.488	28.289	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	29.498	34.267
17	5.697	6.4077	7.5647	8.6717	27.587	30.191	30.671	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	31.805	37.156
19	6.843	7.6372	8.9065	10.117	30.143	32.852	33.008	38.582
20	7.433	8.2654	9.5907	10.849	31.410	34.169	34.201	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	35.393	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	36.576	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	37.742	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	38.891	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	40.000	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	41.134	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	42.278	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	43.427	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	44.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	45.892	53.671

۵۱- در یک آزمایش روان‌شناسی نمره‌های زیر برای ۵ نفر به دست آمده‌اند:

فرد i	A	B	C	D	E
X: نمره زورگویی	۸۲	۸۸	۸۷	۱۴۷	۱۲۶
Y: نمره جاه طلبی	۴۲	۴۷	۱۳۸	۳۰	۶۵

ضریب همبستگی اسپیرمن کدام است؟

(۱) -0.7

(۲) -0.3

(۳) 0.3

(۴) 0.7

۵۲- فرض کنید از یک جامعه $n = 38$ فرد را با قرعه به طور تصادفی انتخاب کرده و از هر فرد دو صفت X و Y را که دارای توزیع

نرمال هستند اندازه گرفته پس از محاسبات لازم نتایج زیر حاصل شده است، $ss_{xy} = 140$ ، $ss_y = 296$ ، $ss_x = 100$ اگر

β مساوی ضریب رگرسیون خطی بین X و Y باشد، گزینه صحیح کدام است؟ ($\alpha = 0.05$)

(۱) فرض $H_0: \beta = 0$ در مقابل $\beta \neq 0$ رد می‌شود.

(۲) فرض $H_0: \beta = 0$ در مقابل $\beta > 0$ رد نمی‌شود.

(۳) فرض $H_0: \beta = 0$ در مقابل $\beta < 0$ رد می‌شود.

(۴) فرض $H_0: \beta = 0$ را با این اطلاعات نمی‌توان انجام داد.

۵۳- اگر X_1, X_2, \dots, X_{15} یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین مجهول μ و واریانس مجهول σ^2 باشد و

$$Y = \sum_{i=1}^{15} (X_i - \bar{X})^2, \text{ احتمال اینکه فاصله } \left(\frac{Y}{26.12}, \frac{Y}{5.63} \right) \text{ پارامتر } \sigma^2 \text{ را در بر گیرد، کدام است؟}$$

(۱) 0.05

(۲) 0.90

(۳) 0.95

(۴) 0.975

۵۴- فرض کنید معلوم شده است توزیع جامعه نیروی بازوی کارگران صنعتی دارای میانگین 110 و انحراف معیار 5 می‌باشد. برای

نمونه‌ای تصادفی به اندازه 36 احتمال اینکه میانگین نمونه بین 109 و 111 باشد کدام است؟

(۱) 0.7649

(۲) 0.7698

(۳) 0.8413

(۴) 0.9641

۵۵- در سکه‌ای که احتمال رخ دادن شیر برای آن p است، X را تعداد آزمایش‌های لازم تا رخ داد شیر تعریف می‌نماییم. آزمون $H_0: p = 0/3$ در مقابل $H_1: p = 0/8$ را براساس ناحیه بحرانی $\{1, 4, 5, \dots\}$ در نظر گیرید. احتمال خطای نوع دوم کدام است؟

- (۱) $0/192$
- (۲) $0/1984$
- (۳) $0/8$
- (۴) $0/992$

۵۶- انحراف معیار یک جامعه نرمال برابر 20 حدس زده می‌شود اگر کران خطای برآورد برای میانگین، مساوی 5 در نظر گرفته شود. حداقل حجم نمونه با اعتماد (اطمینان) 95% درصد کدام است؟ (فرض کنید $Z_{0/975} \approx 2$ است.)

- (۱) 31
- (۲) 44
- (۳) 64
- (۴) 62

۵۷- جدول توافقی فراوانی مشاهدات رده‌های دو صفت A و B به صورت زیر است، برای آزمون

	B_1	B_2
A_1	۱۰	۱۰
A_2	۱۰	۲۰

$\begin{cases} H_0: A \text{ و } B \text{ مستقل اند} \\ H_1: A \text{ و } B \text{ وابسته اند} \end{cases}$

- (۱) P - مقدار بیشتر از $0/3$ است.
- (۲) P - مقدار کمتر از $0/1$ است.
- (۳) P - مقدار بین $0/1$ تا $0/2$ است.
- (۴) P - مقدار بین $0/2$ تا $0/3$ است.

۵۸- در یک بررسی آماری، فاصله اطمینان 95% با دم‌های برابر برای میانگین صفت مورد بررسی برابر است با $24/5 < \mu < 32/5$ با توجه به این فاصله اطمینان، کدام یک از فرض‌های زیر رد نمی‌شود؟

- (۱) $\begin{cases} H_0: \mu = 25 \\ H_1: \mu \neq 25 \end{cases}$ با $\alpha = 0/025$
- (۲) $\begin{cases} H_0: \mu = 25 \\ H_1: \mu > 25 \end{cases}$ با $\alpha = 0/025$
- (۳) $\begin{cases} H_0: \mu = 25 \\ H_1: \mu \neq 25 \end{cases}$ با $\alpha = 0/05$
- (۴) $\begin{cases} H_0: \mu = 25 \\ H_1: \mu > 25 \end{cases}$ با $\alpha = 0/05$

۵۹- میان دو متغیر تصادفی X و Y رابطه $E(X^2 + 4Y^2 - 4XY) = 0$ را داریم: ضریب همبستگی $2X - 1$ ، $3Y + 2$ کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۱

۶۰- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع پواسن با میانگین یک است. برای مقادیر بزرگ n ، مقدار تقریبی $\frac{1}{e^n} \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!}$ کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۱
- (۴) ∞

۶۱- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر و $(0, \frac{m}{X})$ یک بازه اطمینان ۹۰ درصدی برای θ باشد، مقدار m کدام است؟
 $f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}$, $x > 0$, $\theta > 0$

- (۱) $\ln 6$
- (۲) $\ln 8$
- (۳) $\ln 10$
- (۴) $\ln 12$

۶۲- یک عدد به تصادف در فاصله $(-2, 2)$ انتخاب و آن را با متغیر تصادفی X نشان می‌دهیم. فرض کنید $Y = X^4$ ، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) $\text{cov}(X, Y) = -1$
- (۲) $\text{cov}(X, Y) = 1$
- (۳) ضریب همبستگی X و Y مثبت است.
- (۴) ضریب همبستگی X و Y صفر است.

۶۳- فرض کنید $X \sim B(4, p)$. برای آزمون فرض $H_0: p = \frac{1}{4}$ در مقابل $H_1: p > \frac{1}{4}$ ، اگر به ازای $X = 3, 4$ فرض صفر رد شود، احتمال خطای نوع اول کدام است؟

- (۱) ۰/۰۰۴
- (۲) ۰/۰۱۲۵
- (۳) ۰/۰۲۵
- (۴) ۰/۰۵۱

۶۴- نتایج حاصل از ۱۲۰ بار پرتاب یک تاس به صورت زیر است:
فرض سالم بودن تاس در چه سطحی رد نمی‌شود؟

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۰	۲۰	۳۰	۱۵	۲۰	۲۵

(۱) در سطح $\alpha = 0.01$

(۲) در سطح $\alpha = 0.05$

(۳) در سطح $\alpha = 0.95$

(۴) در سطح $\alpha = 0.99$

۶۵- اگر در آزمون H_0 در مقابل H_1 بدانیم فرض H_0 در سطح ۵٪ رد می‌شود، آنگاه:

(۱) H_0 در سطح ۱۰٪ نیز رد می‌شود.

(۲) H_0 در سطح ۱۰٪ نیز رد نمی‌شود.

(۳) H_0 در سطح ۱٪ نیز رد می‌شود.

(۴) درباره H_0 در سطح ۱۰٪ نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۶۶- مدل رگرسیون خطی $y_i = b_0 + b_1x_i + e_i$ را در نظر بگیرید که در آن y_i, y_j ($i \neq j$) ناهمبسته باشند و y_i دارای توزیع پواسون باشد. حال اگر \hat{b}_1 برآوردگر b_1 به روش کمترین توان‌های دوم باشد کدام گزینه درست است؟

$$(\hat{b}_1 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum (x_i - \bar{x})^2})$$

(۱) تنها می‌توان گفت \hat{b}_1 برآوردگری اریب است.

(۲) \hat{b}_1 برآوردگر اریب و دارای کمترین مقدار MSE است.

(۳) \hat{b}_1 برآوردگر خطی نااریب است اما دارای کمترین واریانس نیست.

(۴) \hat{b}_1 برآوردگر خطی نااریب و از کمترین واریانس برخوردار است.

۶۷- در یک مدل رگرسیون خطی ضریب تعیین برابر ۸۸٪ است. کدام تعبیر در مورد این ضریب صحیح می‌باشد؟

(۱) خط برازش شده به روش کمترین توان‌های دوم ۸۸٪ اوقات به درستی پیش‌بینی می‌کند.

(۲) ۸۸٪ اطمینان داریم که X رابطه خطی با Y دارد.

(۳) ۸۸٪ از کل تغییرات در نمونه‌های Y (SSy) می‌تواند توسط رابطه بین X و Y بیان شود.

(۴) ۸۸٪ از مجموع مربعات خطا (SSE) با استفاده از رابطه خطی بین X و Y بیان می‌شود.

۶۸- فرض کنید (X, Y) دارای توزیع نرمال دو متغیری با پارامترهای زیر باشد. معادله خط رگرسیونی Y در مقابل X کدام است.

x	y
$\mu_x = 3$	$\mu_y = 4$
$\sigma_x^2 = 9$	$\sigma_y^2 = 4$
$\rho_{xy} = 0.3$	

$$y = 2/2 + 0.2x \quad (1)$$

$$y = 3/4 + 0.2x \quad (2)$$

$$y = 3.865 - 0.45x \quad (3)$$

$$y = 2.82 + 0.45x \quad (4)$$

۶۹- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ پارامتر β_0 معلوم است و پارامتر β_1 از روش کمترین مربعات برآورد می‌گردد. کدام گزینه همواره برابر با صفر است؟ $(e_i = y_i - \hat{y}_i)$

$$\sum_{i=1}^n e_i \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^n e_i x_i \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^n e_i y_i \quad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^n e_i \hat{y}_i \quad (۴)$$

۷۰- در مدل رگرسیون خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ با فرض اینکه ε_i دارای توزیع نرمال باشد مقدار $P(Y_i > \beta_0 + \beta_1 x_i)$ کدام است؟

$$۰/۵ \quad (۱)$$

$$P(\hat{y}_i > \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \quad (۲)$$

$$P(y_i > \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \quad (۳)$$

$$۰/۹۷۵ \quad (۴)$$

۷۱- مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ را در نظر بگیرید. کدام یک از برآوردهای زیر برای پارامتر β نااریب نیست؟

$$\frac{\bar{y}}{\bar{x}} \quad (۱)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (۴)$$

۷۲- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، پارامترهای β_0 و β_1 از روش کمترین مربعات به دست آمده‌اند. $cov(\hat{\beta}_0, \bar{Y})$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{\sigma^2}{n}$

(۳) $\frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$

(۴) $\sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)$

۷۳- در مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ کدام گزینه در مورد وابستگی واریانس برآورد کمترین توان‌های دوم β_0 به واحدهای اندازه‌گیری x و y صحیح است؟

(۱) فقط به واحد اندازه‌گیری y

(۲) واحد اندازه‌گیری x و y

(۳) فقط به واحد اندازه‌گیری x

(۴) هیچکدام

۷۴- در یک مدل رگرسیون خطی چندگانه با خطای نرمال $(0, \sigma^2)$ و ماتریس تصویرگر (پیش‌بینی‌کننده) $P = X(X'X)^{-1}X' = \{p_{ij}\}$ واریانس مقدار پیش‌بینی شده \hat{Y}_i کدام است؟

(۱) $\sigma^2(1 - p_{ii})$

(۲) $\sigma^2(1 - p_{ij})$

(۳) $\sigma^2 p_{ii}$

(۴) $\sigma^2 p_{ij}$

۷۵- در مدل رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ که در آن پارامتر β_0 معلوم است، اگر $e_i = y_i - \hat{y}_i$ و $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ($i = 1, \dots, n$) باشد، برآورد ناریب برای σ^2 کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2} \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-5} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-3} \quad (3)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-4} \quad (4)$$

۷۶- در مدل رگرسیونی خطی چندگانه با سه متغیر مستقل اگر فرض $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ رد شود، نتیجه می‌گیریم که:

(۱) بین متغیر وابسته و حداقل یکی از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

(۲) بین متغیر وابسته و هیچکدام از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود ندارد.

(۳) بین متغیر وابسته و تمامی متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

(۴) هر سه متغیر مستقل دارای شیب صفر هستند.

۷۷- مدل رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$ ، $i = 1, \dots, n$ را در نظر بگیرید. مقدار

$$\sum_{i=1}^n \text{Var}(\hat{y}_i) \quad \text{کدام است؟}$$

$$n\sigma^2 \quad (1)$$

$$k\sigma^2 \quad (2)$$

$$(k+1)\sigma^2 \quad (3)$$

$$(n-k-1)\sigma^2 \quad (4)$$

۷۸- در مدل رگرسیون خطی با دو متغیر مستقل $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2$ با افزایش یک واحد به x_1 در صورت

ثابت باقی ماندن x_2 ، انتظار می‌رود مقدار y به چه اندازه تغییر یابد؟

$$\beta_1 \quad (1)$$

$$\beta_0 + \beta_1 \quad (2)$$

$$\beta_1 + \beta_3 x_2 \quad (3)$$

$$\beta_0 + \beta_1 + \beta_3 x_2 \quad (4)$$

۷۹- در یک مدل رگرسیون خطی بین متغیر وابسته y و متغیرهای مستقل x_1 و x_2 مشخص گردید که ضرایب رگرسیونی β_1 و β_2 معنی‌دار هستند اما ضریب تعیین بین y و این دو متغیر به اندازه کافی بزرگ نمی‌باشد از این مدل برای کدام مورد می‌توان استفاده نمود؟

- (۱) برای پیش‌بینی متغیر وابسته
- (۲) فقط برای بیان میزان تأثیر متغیرهای مستقل بر متغیر وابسته
- (۳) برای بیان میزان تأثیر متغیرهای مستقل به متغیر وابسته و پیش‌بینی متغیر وابسته
- (۴) هیچ کدام

۸۰- ضریب تعیین برای مدل $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ در یک نمونه تصادفی ۱۳ تایی برابر ۹/۰ است. ضریب تعیین تعدیل شده کدام است؟

- (۱) ۷۵/۰
- (۲) ۸۳/۰
- (۳) ۸۸/۰
- (۴) ۹۲/۰

۸۱- کدام گزینه در مورد نمونه‌گیری طبقه‌بندی شده و خوشه‌ای درست‌تر است؟
(۱) نمونه‌گیری طبقه‌بندی شده، دقیقاً مثل نمونه‌گیری خوشه‌ای است با این تفاوت که در داخل خوشه‌ها نمونه‌گیری صورت می‌پذیرد.

- (۲) تنها تفاوت نمونه‌گیری خوشه‌ای با طبقه‌بندی شده آن است که همه اعضا خوشه منتخب سرشماری می‌شوند.
- (۳) نمونه‌گیری طبقه‌بندی شده از لحاظ اجرایی ساده‌تر از نمونه‌گیری خوشه‌ای است.
- (۴) هر یک از این دو نمونه‌گیری در شرایط خاص مربوط به خود استفاده می‌شود که قابل جایگزین نیستند.

۸۲- از جامعه‌ای با حجم $N = 2000$ به تصادف ۱۰۰ عضو را انتخاب کرده و آن‌ها را علامت‌گذاری می‌کنیم و به جامعه بازگردانده و آن‌ها را کاملاً مخلوط می‌کنیم. سپس مجدداً آنقدر نمونه‌گیری می‌کنیم تا ۱۰ عضو علامت‌دار انتخاب شوند، برآورد ناریب برای تعداد آزمایشات لازم تا حصول نتیجه، کدام است؟

- (۱) همواره وجود دارد.
- (۲) هیچگاه وجود ندارد.
- (۳) تنها اگر نمونه‌گیری مجدد به روش بدون جایگذاری وجود داشته باشد، برابر ۱۹۰ است.
- (۴) تنها اگر نمونه‌گیری مجدد به روش با جایگذاری وجود داشته باشد، برابر ۲۰۰ است.

۸۳- در یک طرح نمونه‌گیری تصادفی شامل انتخاب n فرد از بین افراد جامعه شامل N فرد ($n < N$) اگر π_i احتمال شمول فرد i ام باشد آنگاه:

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \quad (۱)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = n - 1 \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = n \quad (۳)$$

$$\sum_{i=1}^N \pi_i \quad (۴) \text{ بستگی به نوع طرح نمونه‌گیری دارد.}$$

۸۴- علاقه‌مند به برآورد مجموع درآمد خانوارهای یک منطقه شهری که ۵۰۰۰ خانوار در آن زندگی می‌کنند هستیم. این منطقه شامل ۶۰ بلوک است که اندازه آنها یکسان نیست. تعداد ۳ بلوک به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب و از درآمد همه خانوارهای آن‌ها سوال می‌شود که نتایج به شرح زیر است. برآورد ناریب مجموع درآمد خانوارهای این منطقه کدام است؟

مجموع درآمد	تعداد خانوار	بلوک
۲۱۰۰	۱۲۰	۱
۲۰۰۰	۱۰۰	۲
۱۵۰۰	۸۰	۳

$$۱۱۲۰۰۰ \quad (۱)$$

$$۱۲۵۰۰۰ \quad (۲)$$

$$۲۲۴۰۰۰ \quad (۳)$$

$$۲۵۰۰۰۰ \quad (۴)$$

۸۵- جامعه‌ای از دو طبقه یکسان هر یک با مقادیر ۱ و ۲ و ۳ تشکیل شده است در نمونه‌ای به حجم $n = ۴$ از این جامعه کدام روش دقیق‌تر است؟

(۱) تصادفی ساده (بدون در نظر گرفتن طبقات)

(۲) طبقه‌ای با تخصیص متناسب

(۳) طبقه‌ای با تخمین نیمین

(۴) طبقه‌ای با هر یک از دو تخصیص متناسب یا نیمین

۸۶- محقق در نظر دارد همزمان متوسط محصول گندم مزارع را در ایران و در یک استان خاص برآورد کند. کدام طرح نمونه‌گیری توصیه می‌شود؟

(۱) نمونه‌گیر تصادفی ساده

(۲) نمونه‌گیری خوشه‌ای

(۳) نمونه‌گیری سیستماتیک

(۴) نمونه‌گیری طبقه‌ای

۸۷- در یک نمونه تصادفی ساده به حجم $n = 10$ از جامعه‌ای به حجم $N = 100$ داریم: $\sum_{k=1}^{10} \sum_{l=1}^{10} (y_k - y_l)^2 = 400$

برآورد ناریب واریانس میانگین مشاهدات کدام است؟

- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۴
(۴) ۰/۵

۸۸- در جامعه‌ای متشکل از سه طبقه با حجم‌های به ترتیب ۱۰ و ۱۰۰ و ۴۰۰ و واریانس‌های به ترتیب ۱۰۰ و ۴ و ۴۰۴ یک نمونه ۲۲۰ تایی با تخمین نیمین انتخاب شده است. حجم نمونه‌ها کدام است؟

- (۱) $n_1 = 10, n_2 = 42, n_3 = 168$
(۲) $n_1 = 20, n_2 = 40, n_3 = 160$
(۳) $n_1 = 10, n_2 = 45, n_3 = 165$
(۴) $n_1 = 10, n_2 = 48, n_3 = 162$

۸۹- در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری به حجم n از جامعه‌ای به حجم N ، امید ریاضی تعداد انتخاب شده کدام است؟

- (۱) $\frac{N^n}{\binom{N}{n}}$
(۲) $N(1 - \frac{1}{N})^n$
(۳) $\frac{n(N+1)^n}{N^n}$
(۴) $N(1 - (1 - \frac{1}{N})^n)$

۹۰- در یک نمونه تصادفی ساده از جمعیتی بزرگ، برآوردیاب ناریب \bar{y}_N^2 کدام است؟

- (۱) \bar{y}_n^2
(۲) $\overline{y_n^2} - s^2$
(۳) s^2
(۴) $\overline{y_n^2}$

۹۱- ۹ جعبه میوه خریداری شده است. جعبه i - ام شامل M_i میوه است. تعداد کل میوه‌ها ۲۷۰۰ می‌باشد. برای تعیین نسبت میوه‌های سالم، ۳ جعبه به تصادف انتخاب می‌شود که اطلاعات آن در جدول زیر آورده شده است:

برآورد ناریب (\hat{p}) برای نسبت میوه‌های سالم در ۹ جعبه و برآورد واریانس برآوردکننده این نسبت ($\text{Var}(\hat{p})$) کدام است؟

(۱) $\hat{p} = 0.08$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0.008$

(۲) $\hat{p} = 0.25$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0.008$

(۳) $\hat{p} = 0.25$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0.1$

(۴) $\hat{p} = 0.08$, $\text{Var}(\hat{p}) = 0.1$

نسبت میوه‌های سالم جعبه	M_i	شماره جعبه منتخب
۰/۳	۱۰۰	۱
۰/۲۴	۵۰	۲
۰/۲	۱۵۰	۳

۹۲- جامعه‌ای پنج عضو دارد که مقدار صفت برای سه عضو اول آن برابر یک و برای بقیه صفر می‌باشد. برای انتخاب تصادفی یک عضو، احتمال انتخاب هر کدام از سه عضو اول $\frac{1}{4}$ و احتمال انتخاب هر کدام از دو عضو دیگر $\frac{1}{8}$ است. یک نمونه تصادفی دو

تایی با جایگذاری و با احتمال متغیر انتخاب می‌کنیم: اگر $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_n)^2$ ، مقدار $P(S^2 = 0)$ کدام است؟

(۱) $\frac{14}{64}$

(۲) $\frac{26}{64}$

(۳) $\frac{27}{64}$

(۴) $\frac{40}{64}$

۹۳- برای برآورد میانگین یک صفت خاص در جامعه N تایی (\bar{y}_N) ، بدون دادن حق انتخاب به عنصر اول جامعه، یک نمونه تصادفی ساده n تایی از بین عناصر دوم تا N ام جامعه انتخاب می‌گردد. گزینه صحیح در برآورد میانگین براساس نمونه کدام است؟

(۱) همواره اریب است.

(۲) دارای اربیبی مثبت است، هرگاه $y_1 < \bar{y}_N$ ، و بر عکس

(۳) به مقدار y_1 بستگی نداشته و همواره ناریب است.

(۴) اگر $y_1 = 0$ باشد، آنگاه ناریب است.

۹۴- در برآورد نسبتی وقتی میانگین متغیر کمکی مجهول باشد با یک نمونه مقدماتی به حجم n' ابتدا میانگین متغیر کمکی را با $\bar{X}_{n'}$ برآورد می‌کنند سپس از آن نمونه مقدماتی یک نمونه تصادفی به حجم $n < n'$ انتخاب کرده و پس از اندازه‌گیری متغیرهای کمکی و اصلی میانگین آن‌ها را با \bar{X} و \bar{Y} نشان می‌دهند. کدام گزینه درباره $\text{COV}(\bar{X}, \bar{X}_{n'})$ درست است؟

(۱) $V(\bar{X})$

(۲) $V(\bar{X}_{n'})$

(۳) $(\frac{1}{n} - \frac{1}{n'}) S_X^2$

(۴) $(\frac{1}{n'} - \frac{1}{N}) S_X^2$



۹۵- یک ویژگی از جامعه با خطای اندازه‌گیری ثبت می‌شود، مقدار این خطا دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_{ε}^2 است. می‌خواهیم میانگین این ویژگی را برآورد نماییم. به این منظور نمونه‌ای به حجم n با روش تصادفی ساده بدون جای‌گذاری می‌گیریم. اگر بخواهیم خطای مطلق با احتمال $1 - \alpha$ از مقدار ثابت r کمتر باشد چند نمونه لازم است؟ (حجم جامعه به اندازه کافی بزرگ است و $\bar{\varepsilon}_n$ میانگین خطای اندازه‌گیری نمونه است.)

$$\left(\frac{z_{\alpha} \bar{\varepsilon}_n}{d_{\varepsilon} r} \right)^2 \quad (1)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{d_{\varepsilon} r} \right)^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{\bar{\varepsilon}_n r} \right)^2 \quad (3)$$

$$\left(\frac{z_{\alpha} S}{r - \bar{\varepsilon}_n} \right)^2 \quad (4)$$

آمار نظری (احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ و ۲)

۹۶- در اطاق A دو دانشجوی ریاضی و سه دانشجوی آمار و در اطاق B تنها چهار دانشجوی ریاضی در انتظار مصاحبه علمی می‌باشند. یک اطاق را به تصادف انتخاب می‌کنند و از آن یک دانشجو را به تصادف برای مصاحبه صدا می‌کنند. احتمال این که دانشجوی ریاضی باشد کدام است؟

$$3/5 \quad (1)$$

$$5/8 \quad (2)$$

$$7/9 \quad (3)$$

$$9/11 \quad (4)$$

۹۷- دو خط موازی L_1 و L_2 را در نظر بگیرید. روی هر یک از این دو خط ۷ نقطه قرار دارد. تعداد مثلث‌هایی که با این نقطه‌ها می‌توان ساخت، کدام است؟

$$21 \quad (1)$$

$$147 \quad (2)$$

$$294 \quad (3)$$

$$364 \quad (4)$$

۹۸- فرض کنید $P(A - B) = P(B - A)$ ، کدام گزینه درست است؟

$$A = B \quad (1) \text{ همواره}$$

$$P(A) = P(B) \quad (2)$$

$$A \text{ و } B \text{ همواره مستقل‌اند.} \quad (3)$$

$$A \text{ و } B \text{ جدا از هم هستند.} \quad (4)$$



۹۹- فرض کنید $X \sim U(-2\theta, \theta)$ باشد که در آن $\theta > 0$ است. احتمال این که عبارت $X^3 - 2X^2 + X$ اکیداً مثبت باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) ۱

۱۰۰- اگر $\text{Var}(2X + 3Y + 1) = \text{Var}(2X - 3Y - 1)$ ، گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) $\text{Cov}(X, Y) = -2$
- (۲) $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{2}$
- (۳) $\text{Cov}(X, Y) = 2$
- (۴) X و Y همواره ناهمبسته‌اند.

۱۰۱- متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع $F(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ می‌باشد، مقدار $E\left\{\frac{[X]+2}{[X]+1}\right\}$ کدام است؟ $[x]$ مقدار صحیح x را نشان می‌دهد.

- (۱) $\frac{\pi^2}{2}$
- (۲) $\frac{\pi^2}{3}$
- (۳) $\frac{\pi^2}{4}$
- (۴) $\frac{\pi^2}{6}$

۱۰۲- اگر X یک متغیر تصادفی دلخواه باشد، مقدار $E(X | X)$ کدام است؟

- (۱) $|X| \cdot [2P(X \geq 0) - 1]$
- (۲) $|X| \cdot P[X \geq 0]$
- (۳) $|X| \cdot P[X \leq 0]$
- (۴) $2|X| P[|X| \geq 0]$

۱۰۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل پواسون با میانگین ۲ و N مستقل از X_i ها با توزیع

پواسون با میانگین یک باشد. اگر $Y = \sum_{i=1}^N X_i$ باشد، مقدار $P[Y = 0]$ کدام است؟

(۱) $\exp[e^{-2} - 1]$

(۲) $\exp[1 - e^{-2}]$

(۳) $\exp[\frac{e^{-2} - 1}{2}]$

(۴) $\exp[\frac{1 - e^{-2}}{2}]$

۱۰۴- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل و مطلقاً پیوسته با توابع توزیع به ترتیب F_X و F_Y باشند. اگر برای هر z داشته باشیم $F_X(z) \geq F_Y(z)$ (با نامساوی اکید برای حداقل یک z)، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $P(X < Y) \leq \frac{1}{2}$

(۲) $P(X < Y) \geq \frac{1}{2}$

(۳) $P(X < Y) = \frac{1}{2}$

(۴) $P(X < Y) = 1$

۱۰۵- فرض کنید Z یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد و مستقل از متغیر تصادفی X با تابع احتمال $P[X = 1] = P[X = -1] = \frac{1}{2}$ باشد. اگر $Y = X \cdot Z$ ، مقدار $P[Y + Z \neq 0]$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) ۱

۱۰۶- اگر X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل برنولی با احتمال موفقیت p و N مستقل از X_i ها با توزیع

پواسون با میانگین λ باشد، مقدار $\text{Cov}(\sum_{i=1}^N X_i, N - \sum_{i=1}^N X_i)$ کدام است؟

(۱) $-\lambda pq$

(۲) $-\lambda q$

(۳) $-\lambda p$

(۴) صفر

۱۰۷- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل با تابع توزیع‌های به ترتیب F و G باشند. اگر F و G نقاط پرش یکسان داشته باشند، مقدار $E[F(Y) + G(X)]$ کدام است؟

(۱) $1 - P(X = Y)$

(۲) $1 + P(X = Y)$

(۳) $P(X = Y)$

(۴) ۱

۱۰۸- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت روی فاصله $[0, 1]$ و $Y | X = x$ دارای توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای $n = 10$ و $p = x$ باشد. $(Y | X = x \sim B(10, x))$ واریانس Y کدام است؟

(۱) ۹

(۲) $\frac{100}{12}$

(۳) ۱۰

(۴) ۱۲

۱۰۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی با تابع احتمال $f_X(x) = \frac{x+1}{3}$, $x = 0, 1$ باشد. اگر $Y = \prod_{i=1}^n X_i$ ، تابع مولد گشتاور Y کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}e^{nt}$

(۲) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}e^{nt}$

(۳) $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}e^t)^n$

(۴) $1 - (1 - e^t)(\frac{2}{3})^n$

۱۱۰- اگر $M_X(t) = \frac{1}{8}(1 + e^t)^3$ تابع مولد گشتاور $Y = 3 - X$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}e^{3t}(3 - e^{-t})^3$

(۲) $\frac{1}{4}e^{3t}(3 - e^{-t})^2$

(۳) $\frac{1}{4}e^{3t}(1 + e^{-t})^2$

(۴) $\frac{1}{8}e^{3t}(1 + e^{-t})^3$

۱۱۱- اگر $U_{(1)}, U_{(2)}, \dots, U_{(n)}$ آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ باشند، تابع چگالی احتمال توأم توزیع حدی آماره $T_n = (nU_{(1)}, nU_{(2)})$ کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{ye^{-(x+y)}}{(1-e^{-1})^2}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (1)$$

$$f(x, y) = \frac{e^{-y}}{1-ye^{-1}}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (2)$$

$$f(x, y) = ye^{-(x+y)}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (3)$$

$$f(x, y) = e^{-y}, \quad 0 < x < y < 1 \quad (4)$$

۱۱۲- فرض کنید X و Y و Z دارای تابع چگالی توأم $x > 0, y > 0, z > 0$ $f(x, y, z) = \frac{6}{(1+x+y+z)^4}$ باشند. تابع

چگالی احتمال $U = X + Y + Z$ برای $u > 0$ ، کدام است؟

$$\frac{3u^2}{(1+u)^4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{(1+u)^4} \quad (2)$$

$$\frac{6}{(1+u)^4} \quad (3)$$

$$\frac{4u^2}{(1+u)^4} \quad (4)$$

۱۱۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی دلخواه باشند. کدام گزینه صحیح است؟

$$E\left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i\right] \leq \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (1)$$

$$E\left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i\right] \geq \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (2)$$

$$E\left[\max_{1 \leq i \leq n} X_i\right] = \max_{1 \leq i \leq n} (EX_i) \quad (3)$$

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۱۴- فرض کنید Y, X متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع یکسان یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ باشند، تابع چگالی احتمال

$W = |Y - X|$ ، برای $0 < w < 1$ کدام است؟

$$f_w(w) = 2w \quad (1)$$

$$f_w(w) = 1 \quad (2)$$

$$f_w(w) = 2(1-w) \quad (3)$$

$$f_w(w) = |1-2w| \quad (4)$$

۱۱۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ باشد. اگر

$$U_n = \frac{\sqrt{n} \sum_{i=1}^n X_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

توزیع حدی U_n کدام است؟

- (۱) $N(0, 1)$
- (۲) $t(1)$
- (۳) $\chi^2(1)$
- (۴) $\frac{1}{\chi^2(1)}$

۱۱۶- یک شرکت بیمه در سه شهر C و B و A شعبه دارد و میزان خسارت پرداختی به بیمه گزاران مستقل از یکدیگر می‌باشند. تابع مولد گشتاور میزان خسارت در این سه شهر عبارتند از:

$$M_A(t) = (1 - 2t)^{-3}, M_B(t) = (1 - 2t)^{-2/5}, M_C(t) = (1 - 2t)^{-4/5}$$

اگر X مجموع خسارت پرداختی باشد، مقدار $E(X^2)$ کدام است؟

- (۱) ۳۳۰
- (۲) ۴۴۰
- (۳) ۵۵۰
- (۴) ۶۶۰

۱۱۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل، با توزیع‌های به ترتیب $F_X(x)$ و $F_Y(y)$ باشند. چنانچه نمونه‌ها را ادغام کنیم و قرار دهیم $Z = (Z_1, \dots, Z_{m+n})$ که در آن $Z_i = 1$ اگر i امین متغیر تصادفی نمونه ادغام شده از نمونه X باشد و $Z_i = 0$ اگر از نمونه Y باشد. در آن صورت $Cov(Z_i, Z_j)$ کدام است؟

$$(N = m + n)$$

- (۱) $\frac{-mn}{N^2(N-1)}$
- (۲) $\frac{-mn}{N(N^2-1)}$
- (۳) $\frac{mn}{N(N^2-1)}$
- (۴) $\frac{mn}{N^2(N-1)}$

۱۱۸- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_N متغیرهای تصادفی مستقل از توزیع اکیداً پیوسته F باشند که در آن N متغیر تصادفی هندسی با تابع احتمال $P(N=n) = p(1-p)^{n-1}, n \geq 1$ و مستقل از X_i ها است. میانگین توزیع $Y = \max(X_1, X_2, \dots, X_N)$ کدام است؟

(۱) $F^{-1}\left(\frac{1}{1-p}\right)$

(۲) $F^{-1}\left(\frac{1}{1+p}\right)$

(۳) $F^{-1}\left(\frac{1}{p}\right)$

(۴) $F^{-1}(1+p)$

۱۱۹- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشند، $\text{Cov}(S^2, \bar{X})$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{n}{\lambda}$

(۳) $\frac{\lambda}{n}$

(۴) $\frac{\lambda^2}{n}$

۱۲۰- فرض کنید X_1, X_2, X_3 یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشد. احتمال اینکه میانگین این نمونه بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ باشد کدام است؟

(۱) $\frac{12}{16}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{11}{16}$

(۴) $\frac{5}{8}$

۱۲۱- فرض کنید X_i ها $(i=1, \dots, n)$ متغیرهای تصادفی مستقل از هم از توزیع برنولی با پارامتر p_i باشند، که در آن

$$p_i = (1 + \exp(-i\alpha))^{-1}$$

(۱) $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{i}$

(۲) $\sum_{i=1}^n X_i$

(۳) $\sum_{i=1}^n iX_i$

(۴) $\sum_{i=1}^n i^2 X_i$

۱۲۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ باشد، برآوردگر ماکزیمم درستنمایی σ با فرض مجهول بودن هر دو پارامتر μ و σ ، کدام است؟

$$(1) \frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{2}$$

$$(2) \frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2}$$

$$(3) \frac{-X_{(1)}}{2}$$

$$(4) \frac{X_{(n)}}{2}$$

۱۲۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال $f(x|\theta) = \theta x e^{-\theta/5} x^2$ ، $x > 0$ ، $\theta > 0$ باشد. برآورد ML برای چندک مرتبه ۹/۰ کدام است؟

$$(1) \left(-\frac{1}{n} \ln(0.9) \sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$(2) (-\ln(0.9) \sum_{i=1}^n x_i^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(3) (-\ln(0.9) \sum_{i=1}^n x_i^2)^{\frac{2}{3}}$$

$$(4) (-n \ln(0.9) \sum_{i=1}^n x_i^2)^{\frac{2}{3}}$$

۱۲۴- فرض کنید برای X ، $\theta \in \{1, 3\}$ دارای تابع چگالی احتمال $f(x|\theta) = \frac{1}{\theta} e^{-|x-\theta|}$ ؛ $x \in \mathbb{R}$ است. با استفاده از نمونه تصادفی $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ برآورد ML برای θ کدام است؟

$$(1) 1$$

$$(2) 2$$

$$(3) 3$$

$$(4) \text{هیچ کدام}$$

۱۲۵- فرض کنید Z_1, Z_2 نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال آمیخته $f(x) = \theta f_1(x) + (1-\theta)f_2(x)$ باشد. برآوردگر گشتاوری θ وقتی که μ_1 و σ_1^2 به ترتیب میانگین و واریانس معلوم تابع چگالی احتمال f_i ($i = 1, 2$) باشند، کدام است؟

$$(1) \bar{Z}$$

$$(2) \frac{\bar{Z}}{\mu_1 - \mu_2}$$

$$(3) \frac{\bar{Z} + \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$(4) \frac{\bar{Z} - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2}$$

۱۲۶- اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با تابع احتمال زیر باشد، با فرض اینکه همه X_i صفر مشاهده نشده‌اند، برآورد گشتاوری λ کدام است؟ ($0 < r < 1$ و λ هر دو نامعلوم هستند.)

$$f(x; r, \lambda) = \begin{cases} r & x = 0 \\ (1-r) \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x! (1-e^{-\lambda})} & x = 1, 2, \dots \end{cases}$$

$$\frac{\sum X_i}{\sum X_i^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sum X_i^2}{\sum X_i} \quad (2)$$

$$\frac{\sum X_i}{\sum X_i^2} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sum X_i^2}{\sum X_i} - 1 \quad (4)$$

۱۲۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(1, \theta)$ باشد. آماره بسنده برای θ کدام است؟

$$\sum X_i \quad (1) \quad \sum X_i^2 \quad (2) \quad \sum X_i + \sum X_i^2 \quad (3) \quad \left(\sum X_i, \sum X_i^2 \right) \quad (4)$$

۱۲۸- فرض کنید X_1, X_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $N(0, 1)$ باشند. اگر $Y_1 = \frac{X_1}{X_2}$ و $Y_2 = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$ گزینه صحیح کدام است؟

(۱) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ و Y_2 دارای توزیع $\chi^2_{(1)}$ و مستقل از هم هستند.

(۲) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ است اما مستقل از Y_2 نیست.

(۳) Y_1 دارای توزیع $C(0, 1)$ و Y_2 دارای توزیع $\chi^2_{(2)}$ و مستقل از هم هستند.

(۴) Y_1 و Y_2 مستقل از هم هستند.

۱۲۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از تابع چگالی احتمال $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}$, $x > \mu, \sigma > 0$ باشد. $\text{cov}(\bar{X}_n, X_{(1)})$ کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{\sigma}{n} \quad (2)$$

$$\frac{\sigma^2}{n} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma^2}{n^2} \quad (4)$$

۱۳۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد. اگر میانه نمونه M_n و میانگین نمونه \bar{X}_n و n فرد باشد مقدار $E(M_n | \bar{X}_n)$ کدام است؟

(۱) $\mu - 1$

(۲) μ

(۳) $\bar{X}_n - 1$

(۴) \bar{X}_n

۱۳۱- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از تابع احتمال زیر باشد. $(0 < \theta < \frac{1}{2})$

x	-1	0	1
$f_\theta(x)$	θ	$1 - 2\theta$	θ

ضریب همبستگی \bar{X} و $T = \sum_{i=1}^n |X_i|$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

۱۳۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله $(-\theta, \theta)$ باشد، UMVUE برای θ کدام است؟

(۱) $\frac{\max_{1 \leq i \leq n} X_i}{n+1}$

(۲) $\frac{\max |X_i|}{n+1}$

(۳) $\frac{n+1}{n} \max_{1 \leq i \leq n} |X_i|$

(۴) $\frac{n}{n+1} \max_{1 \leq i \leq n} X_i$

۱۳۳- براساس تک مشاهده‌ی X از توزیعی با تابع احتمال $P_\theta(X=x) = \begin{cases} \frac{\theta}{2} & x = -1, 0 \\ \frac{1-\theta}{2} & x = 1, 2 \end{cases}$ که در آن $0 \leq \theta \leq 1$ برآورد

UMVU برای θ کدام است؟

(۱) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1, 0 \\ 0 & x = 1, 2 \end{cases}$

(۲) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1, 0, 1 \\ -1 & x = 2 \end{cases}$

(۳) $T(x) = \begin{cases} 2 & x = -1 \\ 0 & x = 0, 1, 2 \end{cases}$

(۴) $T(x) = \begin{cases} 1 & x = -1 \\ 0 & x = 0, 1, 2 \end{cases}$

۱۳۴- فرض کنید $X_i \sim N(i\theta, 1)$, $i = 1, \dots, n$, متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند. شرط لازم و کافی برای اینکه

$$T^* = \sum a_i X_i \text{ در کلاس برآوردهای نااریب خطی دارای کمترین واریانس باشد، کدام است؟}$$

$$a_i = \frac{\epsilon_i}{n(n-1)(2n+1)} \quad (1)$$

$$a_i = \frac{\epsilon_i}{n(n+1)(2n-1)} \quad (2)$$

$$a_i = \frac{\epsilon_i}{n(n+1)(2n+1)} \quad (3)$$

$$a_i = \frac{i}{n(n+1)(2n+1)} \quad (4)$$

۱۳۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. اگر $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ و $(\frac{S}{\sigma}, S)$ یک فاصله

اطمینان σ برای n های بزرگ باشد. ضریب اطمینان تقریبی کدام است؟

$$(1) \text{ کوچکتر از } \frac{1}{2} \text{ است.}$$

$$(2) \text{ تقریباً } \frac{1}{2} \text{ است.}$$

$$(3) \text{ بزرگتر از } \frac{1}{2} \text{ است.}$$

$$(4) \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است.}$$

۱۳۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های به ترتیب $U(0, \theta_1)$ و $U(0, \theta_2)$ باشد.

یک فاصله اطمینان بادم‌های برابر در سطح $1 - \alpha$ برای $\frac{\theta_2}{\theta_1}$ کدام است؟

$$(X_{(n)} = \max(X_1, \dots, X_n) \text{ و } Y_{(n)} = \max(Y_1, \dots, Y_n))$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{2 - \frac{\alpha}{2}} \right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\frac{\alpha}{2}}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\alpha}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{2 - \alpha} \right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{\alpha}, \frac{Y_{(n)}}{X_{(n)}} \sqrt{1 - \alpha} \right) \quad (4)$$

۱۳۷- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. می‌خواهیم فرض $H_0: \lambda \leq 1$ را در مقابل

فرض $H_1: \lambda > 1$ آزمون کنیم. اگر $\phi_1(\underline{x}) = \begin{cases} 1 & x_1 \geq 2 \\ 0 & x_1 < 2 \end{cases}$ آزمون با اندازه α_0 باشد، کدام یک از آزمون‌های زیر در

اندازه α_0 نیست؟

(۱) $\phi_1^2(\underline{x})$

(۲) $E(\phi_1(\underline{X}) | x_2)$

(۳) $E(\phi_1(\underline{X}) | x_1 + x_2)$

(۴) $\phi_1^k(\underline{x})$ برای $0 \leq k \leq 1$

۱۳۸- فرض کنید $f_\theta(x)$ تابع چگالی احتمال توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. اگر X دارای تابع چگالی احتمال آمیخته

$g_p(x) = pf_1(x) + (1-p)f_0(x)$ ، $0 < p < 1$ باشد. ناحیه بحرانی پر توان‌ترین آزمون یکنواخت (UMP) اندازه α

برای انجام آزمون فرض $H_0: p = 0$ در مقابل $H_1: p > 0$ براساس یک مشاهده X کدام است؟ $P(Z > Z_\alpha) = \alpha$ و

$(P(\chi_{(1)}^2 > \chi_\alpha^2(1)) = \alpha$

(۱) $X < Z_\alpha$

(۲) $X > Z_\alpha$

(۳) $2X^2 > \chi_\alpha^2$

(۴) $2X^2 > \chi_{1-\alpha}^2$

۱۳۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از تابع چگالی احتمال $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}$ ، $x \geq \mu$ ، $\sigma > 0$ باشد که در آن μ و σ هر دو نامعلومند. اگر ناحیه رد آزمون GLRT برای آزمون فرض $H_0: \mu = 0$ در برابر فرض $H_1: \mu \neq 0$ به

صورت $\frac{X_{(1)}}{\sum X_i} > C$ باشد با $\alpha = 0.05$ مقدار C کدام است؟

(۱) $n^{-1}\sqrt{0.95}$

(۲) $1 - n^{-1}\sqrt{0.95}$

(۳) $1 - n^{-1}\sqrt{0.05}$

(۴) $1 - n^{-1}\sqrt{0.05}$

۱۴۰- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال $h(x)$ باشد و g_0, g_1 دو تابع چگالی احتمال معلوم باشند. اگر T^* یک آزمون MP

اندازه $\alpha \in (0, 1)$ برای آزمون فرض $H_0: h = g_0$ در مقابل فرض $H_1: h = g_1$ و توان آزمون T^* یعنی β کمتر از ۱

باشد، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه $1 - \beta$ برای آزمون فرض $H_0: h = g_1$ در مقابل فرض $H_1: h = g_0$ است.

(۲) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه α برای آزمون فرض $H_0: h = g_0$ در مقابل فرض $H_1: h = g_1$ است.

(۳) $1 - T^*$ یک آزمون MP اندازه α برای آزمون فرض $H_0: h = g_1$ در مقابل فرض $H_1: h = g_0$ است.

(۴) $1 - T^*$ یک آزمون MP نیست.

۱۴۱- مقدار $\int_0^1 \cosh x dx + \int_1^{e+e^{-1}} \cosh^{-1} x dx$ برابر است با:

(۱) $\cosh 1$

(۲) $2 \cosh 1$

(۳) $\cosh 2 - 2 \sinh 1 + 1$

(۴) $\cosh 2 - \cosh 1$

۱۴۲- اگر تابع $f(x)$ فرد باشد آنگاه تابع $g(x) = \frac{e^{f(x)} - 1}{e^{f(x)} + 1}$:

(۱) فرد است.

(۲) زوج است.

(۳) نه فرد است و نه زوج.

(۴) هم فرد است و هم زوج.

۱۴۳- فرض کنید a_n یک دنباله حقیقی باشد به طوری که برای دو عدد حقیقی b و c داریم:

$$|a_n| < bc^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

برای کدام مقادیر x سری $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{x^n}$ همگرا است؟

(۱) برای $|x| > \frac{b}{c}$

(۲) برای $|x| < \frac{b}{c}$

(۳) برای $|x| < c$

(۴) برای $|x| > c$

۱۴۴- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right)^{\frac{1}{n}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{e}$

(۲) $\frac{4}{e}$

(۳) $\frac{1}{e}$

(۴) $\frac{3}{e}$

۱۴۵- مشتق تابع $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x}{2}\right) + \ln(1 + \tan^2 \frac{x}{2})$ در نقطه $x = \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

(۱) $-\ln 2$

(۲) صفر

(۳) ۱

(۴) $\ln 2$

۱۴۶- حجم ناحیه R که بالای صفحه xy است و از اطراف به هذلولی گون یک پارچه $1 - \frac{z^2}{4} = x^2 + y^2$ و از بالا به رویه

$z = x^2 + y^2 - 4$ محدود می باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$$

$$(2) 5\pi - \pi\sqrt{3}$$

$$(3) 10\pi - 4\pi\sqrt{3}$$

$$(4) \frac{14\pi}{3}$$

۱۴۷- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$ کدام است؟

$$(1) -1$$

$$(2) 0$$

$$(3) 1$$

$$(4) \infty$$

۱۴۸- برای تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) f در مبدا ناپیوسته است.

(۲) f_y در مبدا پیوسته است.

(۳) f_x در مبدا ناپیوسته است.

(۴) مشتقات پاره‌ای f در مبدا موجود نیست.

۱۴۹- انتگرال $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{4y-y^2}} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$ برابر است با:

$$(1) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{4 \sin \theta} \frac{f(r)}{\sin \theta} r dr d\theta$$

$$(2) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \int_0^{4 \sin \theta} \frac{f(r)}{\sin \theta} r dr d\theta$$

$$(3) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \int_0^{4 \cos \theta} \frac{f(r)}{\cos \theta} r dr d\theta$$

$$(4) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{4 \cos \theta} \frac{f(r)}{\cos \theta} r dr d\theta$$

۱۵۰- معادله خط مماس بر محل تلاقی رویه‌های $x+z-4=0$ و $x^2+y^2-2=0$ در نقطه $p(0, \sqrt{2}, 4)$ عبارت است از:

(۱) $x=2t\sqrt{2}, y=\sqrt{2}, z=4$

(۲) $x=2t\sqrt{2}, y=\sqrt{2}, z=4-2t\sqrt{2}$

(۳) $x=t, y=\sqrt{2}, z=4+t$

(۴) $x=0, y=2\sqrt{2}-t\sqrt{2}, z=4$

۱۵۱- بیشترین میزان تغییرات تابع $f(x, y, z) = z \ln(x^2 + y^2 - 1)$ در نقطه $p(1, 1, 1)$ برابر است با:

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲

(۴) $2\sqrt{2}$

۱۵۲- حاصل $\int_0^1 \int_{x^2}^x \frac{e^{\sqrt{y}}}{y-y\sqrt{y}} dy dx$ کدام است؟

(۱) $e-1$

(۲) $2(e-1)$

(۳) e

(۴) $2e$

۱۵۳- در \mathbb{R} با متریک گسسته کدام گزاره درست نیست؟

(۱) هر زیر مجموعه \mathbb{R} کراندار است.

(۲) درون مجموعه اعداد گنگ تهی نیست.

(۳) Q (مجموعه اعداد گویا) در \mathbb{R} چگال است.

(۴) تنها زیر مجموعه‌های همبند \mathbb{R} ، زیر مجموعه‌های تک عضوی می‌باشند.

۱۵۴- فرض کنید (X, d) یک فضای متریک و A و B دو زیر مجموعه غیر خالی از X باشند. اگر A° مجموعه نقاط درونی A و

A' مجموعه نقاط حدی A باشد، کدام گزینه درست نیست؟

(۱) $(A \cup B)' = A' \cup B'$

(۲) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

(۳) $(A \cap B)^\circ = A^\circ \cap B^\circ$

(۴) $(A \cup B)^\circ = A^\circ \cup B^\circ$

۱۵۵- کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر X زیر فضایی برداری از \mathbb{R}^2 باشد که یک نقطه درونی دارد آنگاه $X = \mathbb{R}^2$

(۲) اجتماع n خط ($2 \leq n$) که از مبدا می‌گذرند یک زیر فضای برداری \mathbb{R}^2 است.

(۳) اجتماع ناحیه‌های اول و سوم صفحه اقلیدسی \mathbb{R}^2 زیر فضای برداری \mathbb{R}^2 است.

(۴) هر مجموعه محدب و بی کران در \mathbb{R}^2 یک زیر فضای برداری \mathbb{R}^2 است.

۱۵۶- فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای نزولی از اعداد نامنفی باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ همگرا است.

(۲) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} na_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا است.

(۳) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ همگرا است.

(۴) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ همگرا باشد، آن گاه $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{a_n}$ همگرا است.

۱۵۷- فرض کنیم a_n جمله n ام سری $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots + \frac{1}{5^n} + \frac{1}{7^n} + \dots$ باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$ و $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 0$

(۲) $\liminf_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \infty$

(۳) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

(۴) $\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ و $\liminf_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{7}}$

۱۵۸- فرض کنید $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با برد شمارا و $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی باشد که gof پیوسته است. در صورتی که f را به $R(f)$

نمایش دهیم با کدام شرط f تابعی پیوسته است؟

(۱) اگر g بر $R(f)$ غیر ثابت باشد.

(۲) اگر g بر مجموعه اعداد گویا یک به یک باشد.

(۳) اگر g بر $R(f)$ ثابت باشد.

(۴) اگر g بر $R(f)$ یک به یک باشد.

۱۵۹- فرض کنیم Y, X و Z سه فضای متریک و f, g, h توابعی باشند که $g: X \rightarrow Y$ ، $h: X \rightarrow Z$ و $f: Y \rightarrow Z$ به

طوری که $\text{fog} = h$ ، که در آن h نگاشتی باز و g تابعی پیوسته است. در این صورت:

(۱) f تابعی پیوسته است.

(۲) f یک نگاشت باز است.

(۳) h تابعی پیوسته است.

(۴) g یک نگاشت باز است.

۱۶۰- کدام گزاره درست نیست؟

(۱) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) مشتق پذیر و f' بر (a, b) کراندار باشد آنگاه f بر (a, b) در شرط لیپ شیتس صدق

می کند.

(۲) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) مشتق پذیر باشد و در شرط لیپ شیتس صدق کند آنگاه f' بر (a, b) کراندار است.

(۳) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) پیوسته یکنواخت و مشتق پذیر باشد آنگاه f' بر (a, b) کراندار است.

(۴) اگر تابع حقیقی f بر (a, b) در شرط لیپ شیتس صدق کند آنگاه f بر (a, b) پیوسته یکنواخت است.

مشاهده کلید سوالات آزمون کارشناسی ارشد سال 1392

کلید سوالات آزمون کارشناسی ارشد سال 1392

کد رشته امتحانی	نام رشته امتحانی	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
1207	مجموعه امار	B	1	علوم پایه

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	2	31	2	61	3	91	1	121	3	151	4
2	1	32	3	62	4	92	4	122	1	152	2
3	1	33	3	63	4	93	2	123	1	153	3
4	4	34	4	64	1	94	2	124	1	154	2
5	3	35	2	65	1	95	4	125	4	155	1
6	2	36	1	66	3	96	3	126	4	156	4
7	4	37	1	67	3	97	3	127	4	157	1
8	3	38	4	68	2	98	2	128	4	158	4
9	1	39	1	69	2	99	1	129	4	159	2
10	3	40	3	70	1	100	4	130	4	160	3
11	3	41	2	71	2	101	4	131	2		
12	4	42	4	72	2	102	1	132	3		
13	1	43	3	73	1	103	1	133	1		
14	2	44	4	74	3	104	2	134	3		
15	2	45	2	75	4	105	2	135	1		
16	1	46	1	76	1	106	4	136	3		
17	4	47	3	77	3	107	2	137	4		
18	3	48	1	78	3	108	3	138	2		
19	4	49	2	79	2	109	4	139	3		
20	3	50	4	80	3	110	4	140	1		
21	4	51	2	81	4	111	4	141	1		
22	2	52	1	82	4	112	1	142	1		
23	1	53	3	83	3	113	2	143	4		
24	2	54	2	84	1	114	3	144	2		
25	1	55	1	85	1	115	1	145	3		
26	2	56	3	86	4	116	2	146	4		
27	3	57	4	87	2	117	1	147	3		
28	1	58	3	88	1	118	2	148	3		
29	3	59	4	89	4	119	3	149	1		
30	3	60	2	90	2	120	3	150	2		

خروج