515

A

515A

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۰/۱۱/۲۸

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ــ سال ۱۳۹۱

مجموعه ریاضی ــ کد ۱۲۰۸

تعداد سؤال: ۱۳۰ — مدت پاسخگویی: ۳۰۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی	۲۰	۳۱	۵۰
۳	معادلات دیفرانسیل	۱۰	۵۱	۶۰
۴	آمار و احتمال	۱۰	۶۱	۷۰
۵	توابع مختلط	۱۰	۷۱	۸۰
۶	جبر (۱)	۱۰	۸۱	۹۰
۷	آنالیز ریاضی (۱)	۱۰	۹۱	۱۰۰
۸	آنالیز ریاضی (۲)	۱۰	۱۰۱	۱۱۰
۹	آنالیز عددی (۱)	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
۱۰	جبر خطی	۱۰	۱۲۱	۱۳۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

PART A: Vocabulary

Directions: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.

1- **The geology student made a surprising discovery; the volcano believed to be ..... was about to erupt.**
1) dormant 2) temporary 3) affable 4) vulnerable

2- **We waited for the storm to ..... before we left.**
1) abase 2) abide 3) abridge 4) abate

3- **The minister desired the position simply for the ..... associated with it.**
1) scope 2) status 3) origin 4) feature

4- **The ..... researcher made sure to check her measurements multiple times.**
1) initial 2) vague 3) diligent 4) apposite

5- **Denver's impractical plan to build a subway system was ..... in 1970s.**
1) surmised 2) scrapped 3) strived 4) scattered

6- **..... such as hair color and eye color are inherited genetically from one's parents.**
1) Traits 2) Dimensions 3) Omens 4) Enigmas

7- **The company has ..... $1000 to the team to get the project started.**
1) ascribed 2) bestowed 3) deposited 4) allocated

8- **After a week the jury had still not reached a ..... .**
1) status quo 2) sequence 3) verdict 4) suspect

9- **Heavy rains had ..... the expedition's progress through the north-west of the country.**
1) abandoned 2) hindered 3) evaded 4) distressed

10- **The rattlesnake is the most ..... snake in the Untied States.**
1) venomous 2) zealous 3) haphazard 4) ancestral

PART B: Cloze Test

Directions: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.

The ancient Romans built an extensive and (11) ..... to serve their needs. The Roman road-building era began in 312 BC. The roads provided economic and military access from Rome to distant parts of its far-flung empire. The first road (12) ..... the Appian Way, which led, from Rome to Brundisium (now Brindisi), a port (13) ..... is now southern Italy. The Appian Way was the main route to Greece, and it ran over 560 km (350 mi). A second road, from Rome to Naples, provided the first stage of the route (14) ..... by troops headed to Africa. Roman advances in road-building techniques included preparation of foundation soils and base courses, brick paving , and, (15) ....., provision for adequate drainage.

11- 1) roads of durable system 2) system of durable roads
3) durable system of roads 4) durable road of systems

12- 1) was constructed 2) was to construct
3) that was constructed 4) constructed was

13- 1) in which it 2) in what 3) where is 4) which it is

14- 1) used 2) using 3) be used 4) was used

15- 1) the more important 2) most important
3) the most important 4) most importantly

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following two passages and choose the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark it on your answer sheet.**

PASSAEG 1:

Given two finite sets, we can always decide whether or not they have the same number of elements, and if not, we can always determine which set has more elements than the other. It is natural to ask whether the same is true of infinite sets. In other words, does it make sense to ask, for example, whether there are more circles in the plane than rational points on the line, or more functions defined in the interval [0 , 1] than lines in space? As will soon be apparent, questions of this kind can indeed be answered.

To compare two finite sets A and B, we can count the number of elements in each set and then compare the two numbers, but alternatively, we can try to establish a one-to-one correspondence between (the elements of) A and B, i.e., a correspondence such that each element in A corresponds to one and only one element in B and vice verse. It is clear that a one-to-one correspondence between two finite sets can be set up if and only if the two sets have the same number of elements. For example, to ascertain whether or not the number of students in an assembly is the same as the number of seats in the auditorium, there is no need to count the number of students and the number of seats. We need merely observe whether or not there are empty seats or students with no place to sit down. If the students can all be seated with no empty seats left, i.e., if there is a one-to-one correspondence between the set of students and the set of seats, then two sets obviously have the same number of elements. The important point here is that the first method (counting elements) works only for finite sets, while the second method (setting up a one-to-one correspondence) works for infinite sets as well as for finite sets.

16- A one-to-one correspondence can ----------.
1) not be established for infinite sets
2) only be established for discrete functions
3) only be established for continuous functions
4) be used as an alternative to counting elements of sets for comparison

17- Concerning two infinite sets, it is ----------.
1) possible to establish whether one has more elements than the other
2) impossible to establish whether one has more elements than the other
3) irrational to ask about their comparative size
4) always appropriate to assume the existence of a one-to-one correspondence between them

18- Consider the following two questions:
(1) Are there more circles in the plane than rational points in space?
(2) Are there more functions defined in the interval [0,1] than lines in space?
Choose the correct sentence.
1) Both questions are meaningful.
2) Both questions are senseless.
3) (1) makes sense but (2) does not.
4) (2) makes sense but (1) does not.

19- A one-to-one correspondence between two sets A and B is established --------- each element in A corresponds to an element in B.
1) if
2) only if
3) when
4) if and only if

20- **Counting ---------- as a means for establishing whether a set A has more elements than a set B.**
1) always works 2) never works 3) is inappropriate 4) may not always work

PASSAGE 2:

There is one more problem about the determinant. It is difficult not only to decide on its importance, and its proper place in the theory of linear algebra, but also to decide on its definition. Obviously, det A will not be some extremely simple function of n^2 variables, otherwise A^{-1} would be much easier to find than it actually is.

The simple things about the determinant are not the explicit formulas by which it can be expressed, but the properties it possesses. This suggests the natural place to begin. The determinant can be (and will be) defined by its three most basic properties. The problem is then to show how, by systematically using these properties to simplify the formulas, the value of the determinant can be computed. This will bring us back to Gaussian elimination, and to the product of the pivots. And the more difficult theoretical problem is to show that whatever the order in which the properties are used, the result is always the same-the defining properties are self-consistent.

The next section lists the defining properties of the determinant, and their most important consequences. Then Section 4.3 gives several possible formulas for the determinant–one is an explicit formula with n! terms, another is a formula "by induction," and the third is the one involving pivots from which the determinant of a large matrix is actually computed. In Section 4.4 the determinant is applied to find A^{-1} and then to solve for $x = A^{-1}$ b; the latter is Cramer's rule. And finally, in an optional remark on permutations, we prove that the properties are self-consistent, so that there is no ambiguity in the definition.

21- **The computation of A^{-1} --------.**
1) is difficult because Gaussian elimination cannot be used
2) results in explicit formulas for the determinant
3) is possible by means of the determinant
4) is only possible by means of Cramer's rule

22- **The determinant ----------.**
1) has a simple definition expressed by explicit formulas
2) can be computed by means of the pivots in Gaussian elimination
3) is useless in the theory of linear algebra
4) is complicated to compute because Gaussian elimination is a complicated process

23- **It is ---------- the properties of the determinant are self-consistent.**
1) easily established that 2) difficult to establish whether
3) impossible to establish whether 4) inappropriate to ask whether

24- **The determinant of a matrix A is not easily at hand because ----------.**
1) A^{-1} is hard to compute
2) it does not have simple properties
3) simple functions for its definition do not exist
4) the defining properties are not self-consistent

25- **Choose the correct sentence.**
1) The determinant is extremely useful in mathematics.
2) The determinant is not useful for solving linear equations.
3) The determinant does not have a proper place in the theory of linear algebra.
4) Basic properties of the determinant can be used to simplify the explicit formulas for its computation.

In the following 5 questions, select the most appropriate selection.

26- **Mathematics is -------- by its so many applications.**
1) enriched 2) adversely effected 3) degraded 4) merely identified

27- **Mathematics shares much in common with many areas in physical sciences, namely, the exploration of the logical --------- of ----------.**
1) proof / axioms 2) axioms / choice
3) consequences/ assumptions 4) theorem / alternatives

28- **This is a difficult way to solve the problem. You should think of --------- solution to the problem.**
1) a proper 2) an alternative 3) an alarming 4) a convoluted

29- **You need to give a reason. There is no -------- behind your argument.**
1) logic 2) quantity 3) quality 4) optimism

30- **Students are not attracted to mathematics. We need to make --------- changes to our approach in teaching mathematics.**
1) cosmetic 2) fundamental 3) astonishing 4) affordable

ریاضیات عمومی

۳۱- هرگاه $f(x)=\lim_{n\to\infty} x\,\mathrm{sgn}|\sin(n!\pi x)|$، که sgn تابع علامت است، آنگاه ضابطه f کدام است؟

۱) $f(x)=0$

۲) $f(x)=x$

۳) $f(x)=\begin{cases} x & x\in\mathbb{Q} \\ 0 & x\notin\mathbb{Q} \end{cases}$

۴) $f(x)=\begin{cases} 0 & x\in\mathbb{Q} \\ x & x\notin\mathbb{Q} \end{cases}$

۳۲- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ یک تابع پیوسته باشد و برای هر $x,y\in R$، f در رابطه $|f(x)-f(y)| \geq \frac{1}{2}|x-y|$ صدق کند. آن‌گاه تابع f:

۱) یک به یک و پوشا است.

۲) یک به یک است و پوشا نیست.

۳) یک به یک نیست و پوشا است.

۴) نه یک به یک است و نه پوشا است.

۳۳- اگر $f:(a,b)\to[c,d]$ مشتق‌پذیر و پوشا باشد آنگاه کدام گزینه لزوماً درست است؟

۱) f' حداکثر یک ریشه دارد.

۲) f' حداقل دو ریشه دارد.

۳) f' ریشه ندارد.

۴) f' دقیقاً دو ریشه دارد.

۳۴- مقدار $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{\sqrt{2n+1}}+\frac{1}{\sqrt{2n+2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{3n}}\right]$ برابر است با:

۱) ۰

۲) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴) $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

۳۵- $\lim_{n\to\infty}\frac{n^{(n^2)}}{((4n)!)^n}$ برابر است با:

۱) ۰

۲) $\frac{1}{4}$

۳) ۱

۴) $+\infty$

۳۶- فرض کنید $p>1$ و $\alpha=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ ، در این صورت مقدار سری $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^p}$ برابر است با:

۱) $\alpha 2^{-p}$

۲) $\alpha 2^{p}$

۳) $\alpha(1-2^{-p})$

۴) $\alpha(1+2^{p})$

۳۷- مجموع سری $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(3^n)}$ برابر است با:

۱) $\ln(\frac{2}{3})$

۲) $\ln(\frac{3}{2})$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{3}{2}$

۳۸- فرض کنید f و g بر $\mathbb{R}$ با ضابطه‌های $g(x)=\int_{0}^{1}\frac{e^{-x^{2}(t^{2}+1)}}{t^{2}+1}\,dt$, $f(x)=\left(\int_{0}^{x}e^{-t^{2}}dt\right)^{2}$ تعریف شوند، در این صورت به ازای هر $x\in\mathbb{R}$:

۱) $f'(x)=0$

۲) $f(x)-g(x)=\frac{\pi}{4}$

۳) $f(x)+g(x)=\frac{\pi}{4}$

۴) $f'(x)+g'(x)=\frac{\pi}{4}$

۳۹- سطح محصور توسط دو منحنی $y=\pm\ln x$ و خط $x=e$ را حول محور yها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل از دوران برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{2}(e^{2}-1)$

۲) $\frac{\pi}{2}(e^{2}+1)$

۳) $\pi(e^{2}-1)$

۴) $\pi(e^{2}+1)$

۴۰- برای هر $x\geq 0$ فرض کنید $f(x)=\int_{0}^{x}\frac{dt}{(1+t^{2})^{\frac{1}{2}}}$ و g معکوس تابع f باشد. آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

۱) $g''=-\frac{3}{2}g^{2}$

۲) $g''=\frac{3}{2}g^{2}$

۳) $g''=\frac{3g^{2}}{(1+g)^{\frac{1}{2}}}$

۴) $g''=\frac{-3g^{2}}{(1+g^{2})^{\frac{1}{2}}}$

۴۱- اگر $\lim_{b\to+\infty}\int_{0}^{b}\frac{\sin x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$ آنگاه $\lim_{b\to+\infty}\int_{0}^{b}\frac{\sin x\cos x}{x}dx$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{4}$

۲) $\frac{\pi}{2}$

۳) $\frac{3\pi}{4}$

۴) π

۴۲- هرگاه $z = x^۲ + y^۲ + \text{arctg}\frac{x^۳ + y^۳}{x - y}$ آنگاه $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}$ برابر است با:

۱) $۲(x^۲ + y^۲) + \frac{۲(x^۳ + y^۳)}{x - y}$

۲) $۲(x^۲ + y^۲) + \sin(۲(x^۲ + y^۲))$

۳) $۲(x^۲ + y^۲) + \text{arctg}\frac{x^۳ + y^۳}{x - y}$

۴) $۲(x^۲ + y^۲) + \sin(۲\text{arctg}\frac{x^۳ + y^۳}{x - y})$

۴۳- ماکسیمم و مینیمم مقادیر تابع f با معادلهٔ $f(x,y) = \frac{۱}{x} + \frac{۱}{y}$ و با قید $\frac{۱}{x^۲} + \frac{۱}{y^۲} = ۱$ کدام است؟

۱) $\min f = -\frac{۱}{\sqrt{۲}}$
$\max f = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$

۲) $\min f = -\sqrt{۲}$
$\max f = ۲$

۳) $\min f = -\sqrt{۲}$
$\max f = \sqrt{۲}$

۴) $\min f = -۱$
$\max f = +۱$

۴۴- هرگاه $w(\alpha,\beta)$ مختصات مرکز انحنا منحنی مسطح (c) در نقطهٔ p باشد و ϕ زاویه خط مماس در نقطهٔ p با جهت مثبت محور xها باشد، کدام‌یک از روابط زیر درست است؟

۱) $\frac{d\beta}{d\alpha} = \text{tg}\ \phi$

۲) $\frac{d\beta}{d\alpha} = \text{cotg}\ \phi$

۳) $\frac{d\beta}{d\alpha} = -\text{cotg}\ \phi$

۴) $\frac{d\beta}{d\alpha} = -\text{tg}\ \phi$

۴۵- منحنی با نمایش $r=a(1-\cos\theta)$ را در نظر می‌گیریم. هرگاه فاصلهٔ مبداء تا خط مماس در نقطهٔ دلخواه p روی منحنی را با q نشان دهیم و فاصله مبداء تا نقطهٔ p را با r نمایش دهیم، رابطهٔ مستقل از θ بین q و r کدام است؟

۱) $r^۳q^۳ = ۲a$

۲) $q^۲r^۳ = ۲a$

۳) $r^۳ = ۲aq^۲$

۴) $q^۳ = ۲ar^۲$

۴۶- مقدار $\int_۰^۱ \int_y^۱ x^{-\frac{۳}{۲}} \cos(\frac{\pi y}{۲x})\, dxdy$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۴}$

۲) $\frac{۴}{\pi}$

۳) $\sqrt{۳}$

۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

۴۷- مقدار انتگرال $\iiint_D \frac{x^۲+۲y^۲}{x^۲+۴y^۲+z^۲}\, dx\, dy\, dz$ که D ناحیه $x^۲+y^۲+z^۲ \le ۱$ است کدام است؟

۱) $\frac{۲\pi}{۹}$

۲) $\frac{۴\pi}{۹}$

۳) $\frac{۲\pi}{۳}$

۴) $\frac{۴\pi}{۳}$

۴۸- انتگرال سطح $\iint_S \vec{F}.d\vec{s}$ کدام است؟ که در آن $\vec{F}=x^۳\vec{i}+y^۳\vec{j}+z^۳\vec{k}$ و سطح S کرهٔ $x^۲+y^۲+z^۲=۱$ است.

۱) $\frac{\pi}{۵}$

۲) $\frac{۳\pi}{۵}$

۳) $\frac{۶\pi}{۵}$

۴) $\frac{۱۲\pi}{۵}$

۴۹- مقدار انتگرال منحنی الخط $\vec{F}=(y-z)\vec{i}+(z-x)\vec{j}+(x-y)\vec{k}$ روی منحنی فصل مشترک کـرهٔ $x^۲+y^۲+z^۲=۲$ و سهمی گون $z=x^۲+y^۲$ در جهت مثبت کدام است؟

۱) -۲π

۲) $-\pi$

۳) π

۴) ۲π

۵۰- شار گذرنده بیرونی میدان $\vec{F}(x,y,z)=(e^{y^2+z^2}, e^{z^2+x^2}, e^{x^2+y^2})$ از سطح نیم کره بالایی $x^2+y^2+z^2=1$ چقدر است؟

۱) $\pi(1-e)$

۲) $\pi(e-1)$

۳) $\frac{\pi}{2}(e-1)$

۴) $\frac{\pi}{2}(1-e)$

معادلات دیفرانسیل

۵۱- معادلهٔ دیفرانسیل $t\frac{dy}{dt}+y^2=0$ با شرط اولیّهٔ $y(1)=1$ داده شده است. بزرگترین t- فاصله‌ای که آن مسألهٔ مقدار اولیه دارای جواب باشد، کدام است؟

۱) $(\frac{2}{e}, \infty)$

۲) $[\frac{1}{e}, \infty)$

۳) $(\frac{1}{e}, \infty)$

۴) $(-\infty, \frac{1}{e})$

۵۲- جواب عمومی معادلهٔ دیفرانسیل $y' - x\sin(2y) = xe^{-x^2}\cos^2 y$ کدام است؟

۱) $4\tan y + \alpha e^{-x^2} - e^{+x^2} = 0$

۲) $4\tan y + \alpha e^{x^2} - 2e^{-x^2} = 0$

۳) $4\tan y + \alpha e^{x^2} + e^{-x^2} = 0$

۴) $4\tan y + \alpha e^{x^2} + 2e^{-x^2} = 0$

۵۳- کدام گزینه می‌تواند جواب معادلهٔ زیر باشد؟

$$x^2y'' + xy' + (x^2-1)y = 0$$

۱) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-\frac{1}{2}}$

۲) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n-1}$

۳) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n}$

۴) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+\frac{1}{2}}$

۵۴- جواب کامل کدام دستگاه معادلات دیفرانسیل است؟ (که در آن $D=\frac{d}{dt}$).

$$\begin{cases} x=c_1e^{t}+c_2e^{2t} \\ y=c_1e^{t}+3c_2e^{2t} \end{cases}$$

۱) $\begin{cases} (5D+4)x-Dy=0 \\ 3Dx+(D+4)y=0 \end{cases}$

۲) $\begin{cases} (5D-4)x-Dy=0 \\ 3Dx+(D-4)y=0 \end{cases}$

۳) $\begin{cases} (5D-4)x+Dy=0 \\ 3Dx-(D-4)y=0 \end{cases}$

۴) $\begin{cases} (5D+4)x+Dy=0 \\ 3Dx+(D+4)y=0 \end{cases}$

۵۵- کدام گزینه می‌تواند شکل پیشنهادی یک انتگرال خصوصی (y_p) معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ سوم $y'''+y'=xe^{x}\cos(x)+4$ باشد؟

۱) $y_p=e^{x}(Ax+B)\cos x+Ex$

۲) $y_p=e^{x}[(Ax+B)\cos x+(cx+D)\sin x]+Ex$

۳) $y_p=e^{x}[(Ax+B)\cos x+(cx+D)\sin x]$

۴) $y_p=e^{x}(A\cos x+B\sin x)+Ex$

۵۶- معادله‌ای که مقادیر ویژهٔ مسأله مقدار مرزی ـ اولیه زیر را می‌توان از آن بدست آورد کدام است؟

$$y''+\lambda y=0 \quad , \quad \lambda>0$$
$$y(0)=0 \quad , \quad y(1)+y'(1)=0$$

۱) $\tan\sqrt{\lambda}+\sqrt{\lambda}=0$

۲) $\tan\sqrt{\lambda}-\sqrt{\lambda}=0$

۳) $\sin\sqrt{\lambda}-\lambda\cos\sqrt{\lambda}=0$

۴) $\tan\sqrt{\lambda}+\lambda=0$

۵۷- $x^۲$ و $x^۲ \ln|x|$ دو جواب مستقل خطی معادلهٔ $y'' + f_۱(x)y' + f_۲(x)y = ۰$ است، که در آن $f_۱(x)$, $f_۲(x)$ در فاصلهٔ I که شامل صفر نیست پیوسته‌اند. ضریب مشتق مرتبه اوّل در این معادله کدام است؟

۱) $۳x$

۲) $\frac{۴}{x^۲}$

۳) $-۴x^۲$

۴) $-\frac{۳}{x}$

۵۸- یک کران پائین برای شعاع همگرائی سریهای جواب معادلهٔ $(x^۳ + x^۲ + x + ۱)y'' + (x^۲ + ۱)y' + y = ۰$ در $x_۰ = ۱$ کدام است؟ (فرض کنید R شعاع همگرایی سری‌های جواب باشد.)

۱) $R \geq ۱$

۲) $R \geq ۲$

۳) $R \geq \sqrt{۲}$

۴) $R = ۲$

۵۹- تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \sin(t)\,[H(t) - H(t-\pi)]$ کدام است؟ ($H(t)$ تابع هوی‌ساید است.)

۱) $F(s) = \frac{۱ + e^{-s\pi}}{۱ + s^۲}$

۲) $F(s) = \frac{۱ - e^{-s\pi}}{۱ + s^۲}$

۳) $F(s) = \frac{e^{-s\pi}}{۱ + s^۲}$

۴) $F(s) = \frac{e^{s\pi}}{۱ + s^۲}$

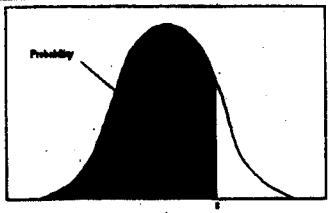
۶۰- مقدار $\int_۰^t J_۰(x)\, J_۰(t-x)\, dx$ که در آن $J_۰(x)$ تابع بسل از مرتبه صفر است، کدام است؟

۱) $t \sin t$

۲) $t \cos t$

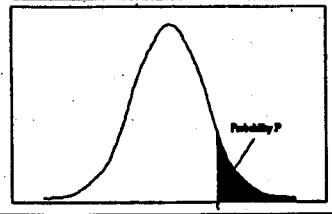
۳) $\cos t$

۴) $\sin t$



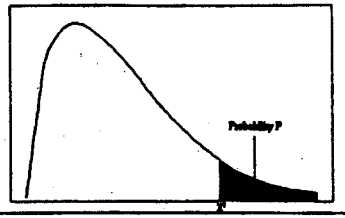
سطح زير منحني نرمال استاندارد

z	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.4878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998



مقادير بحراني توزيع t

df	.10	.05	.025	.01	.005
1	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756



مقادير بحراني توزيع مربع كاي

df\a	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	3.8414	5.0238	6.6349	7.879
2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	5.9914	7.3777	9.2103	10.596
3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.344	12.838
4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.143	13.276	14.860
5	0.411	0.5543	0.8312	1.1454	11.070	12.832	15.086	16.749
6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	12.591	14.449	16.811	18.547
7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	14.067	16.012	18.475	20.277
8	1.344	1.6465	2.1797	2.7326	15.507	17.534	20.090	21.954
9	1.734	2.0879	2.7003	3.3251	16.918	19.022	21.665	23.589
10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	19.675	21.920	24.724	26.756
12	3.073	3.5705	4.4037	5.2260	21.026	23.336	26.216	28.299
13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	22.362	24.735	27.688	29.819
14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	23.684	26.118	29.141	31.319
15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	24.995	27.488	30.577	32.801
16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	26.296	28.845	31.999	34.267
17	5.697	6.4077	7.5641	8.6717	27.587	30.191	33.408	35.718
18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.843	7.6327	8.9065	10.117	30.143	32.852	36.190	38.582
20	7.433	8.2604	9.5907	10.850	31.410	34.169	37.566	39.996
21	8.033	8.8972	10.282	11.591	32.670	35.478	38.932	41.401
22	8.642	9.5424	10.982	12.338	33.924	36.780	40.289	42.795
23	9.260	10.195	11.688	13.090	35.172	38.075	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	36.415	39.364	42.979	45.558
25	10.52	11.523	13.119	14.611	37.652	40.646	44.314	46.927
26	11.16	12.198	13.843	15.379	38.885	41.923	45.641	48.289
27	11.80	12.878	14.573	16.151	40.113	43.194	46.962	49.644
28	12.46	13.564	15.307	16.927	41.337	44.460	48.278	50.993
29	13.12	14.256	16.047	17.708	42.556	45.722	49.587	52.335
30	13.78	14.953	16.790	18.492	43.772	46.979	50.892	53.671

۶۱- دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه در نمودار جعبه‌ای داده‌های زیر کدام است؟

۸, ۷, ۲۱, ۱۹, ۵, ۱۰, ۱۲, ۹, ۱۱, ۱۷, ۱۴, ۱۶, ۲۳, ۲۰, ۱۸

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۱

۴) ۱۲

۶۲- یک آزمایش تصادفی دارای N برآمد است که با $e_1, e_2, ..., e_N$ نشان داده می‌شوند، فرض کنید پیشامد ساده $\{e_{j+1}\}$ احتمالش دوبرابر احتمال پیشامد ساده $\{e_j\}$ باشد، $j=1, 2, ..., N-1$. اگر $A_k = \{e_1, e_2, ..., e_k\}$، مقدار $P(A_k)$ کدام است؟

۱) $\frac{2^k - 1}{2^N - 1}$

۲) $\frac{2^k}{2^N - 1}$

۳) $\frac{2^{k-1} + 1}{2^N - 1}$

۴) $\frac{2^k + 1}{2^N - 1}$

۶۳- فرض کنید N دارای توزیع پوآسون با پارامتر λ و $X|N=n$ دارای توزیع $Bin(n,p)$ باشد. مقدار $Var(X)$ کدام است؟

۱) λp

۲) λq

۳) $\lambda^2 q$

۴) $\lambda^2 p$

۶۴- فرض کنید میزان بارندگی یک شهر از توزیع نرمال با میانگین ۱۲۰ میلی‌متر و واریانس ۹ پیروی می‌کند. احتمال اینکه سال آینده اولین سالی باشد که بعد از ۵ سال متوالی میزان بارندگی بیشتر از ۱۲۰ میلی‌متر گزارش شود کدام است؟

۱) $\frac{2}{17}$

۲) $\frac{1}{32}$

۳) $\frac{3}{8}$

۴) $\frac{1}{2}$

۶۵- فرض کنید $X_{100}, \dots, X_2, X_1$ یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0,1)$ باشد. اگر $T=\sum_{i=1}^{100} X_i^2$، مقدار $P(T>100)$ تقریباً کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۰/۹۵

۴) یک

۶۶- برای مقایسه دو جامعه داده‌های زیر را در اختیار داریم. با فرض نرمال بودن دو جامعه و یکسان بودن واریانسها مقدار آماره آزمون برای برابر بودن میانگین جامعه‌ها کدام است؟

x	۴	۷	۸	۷	۹
y	۵	۴	۸	۶	۷

۱) $\sqrt{\frac{5}{6}}$

۲) $\sqrt{\frac{6}{5}}$

۳) $\frac{5}{6}$

۴) $\frac{6}{5}$

۶۷- فرض کنید $(X_1,Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان باشند. اگر $X_i \sim N(0,1)$ و $Y_i | X_i = x_i \sim N(x_i\theta, 1)$، $i=1, \dots, n$، باشند، برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

۱) $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} X_i^2$

۲) $\sum (X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y}) \Big/ \sum (X_i - \overline{X})^2$

۳) $\sum_{i=1}^{n-1} X_i Y_i \Big/ \sum_{i=1}^{n-1} X_i^2$

۴) $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 \Big/ \sum_{i=1}^{n} X_i Y_i$

۶۸- فرض کنید براساس یک نمونه تصادفی ۱۰۰تایی از دانشجویان آمار در یک دانشگاه ۳۶ نفر پسر باشند. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای نسبت پسران دانشگاهی در رشته آمار کدام است؟

۱) (۰/۷۵ , ۰/۷۷)

۲) (۰/۲۷ , ۰/۴۵)

۳) (۰/۶۳ , ۰/۶۵)

۴) (۰/۳۴ , ۰/۳۶)

۶۹- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $Y=\alpha+\beta x+\varepsilon$ ، براساس یک نمونه تصادفی ۱۶ تایی خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است. برآورد واریانس $\hat{\beta}$ کدام است؟

$$\bar{x}=۲ \quad , \quad \bar{y}=۳ \quad , \quad \Sigma x_i^۲=۷۳ \quad , \quad \Sigma Y_i^۲=۱۶۰ \quad , \quad r=\frac{۱}{۲}$$

۱) $\frac{۱}{۱۴}$

۲) $\frac{۱}{۹}$

۳) $\frac{۵}{۴۲}$

۴) $\frac{۲}{۲۱}$

۷۰- فرض کنید $X_{۱۰},...,X_۲,X_۱$ یک نمونه تصادفی از $Bin(۱,p)$ باشد و ناحیه بحرانی آزمون $H_۰:p=\frac{۱}{۲}$ در مقابل $H_۱:p=\frac{۱}{۳}$ بصورت $C=\left\{(x_۱,...,x_{۱۰}):\sum_{i=۱}^{۱۰}x_i\geq c\right\}$ باشد. اگر $\bar{x}=۹$ گزارش شود p- مقدار (p-value) کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۲^{۱۰}}$

۲) $\frac{۱۰}{۲^{۱۰}}$

۳) $\frac{۱۱}{۲^{۱۰}}$

۴) $\frac{۱۲}{۲^{۱۰}}$

۷۱- ریشه‌های معادله $\sinh(iz)=1$ برابر است با:

۱) $n\pi+i\ln(\sqrt{2}+1)$

۲) $n\pi+(-1)^{n+1}i\ln(\sqrt{2}+1)$

۳) $n\pi-i\ln(\sqrt{2}+1)$

۴) $n\pi+(-1)^{n}i\ln(\sqrt{2}+1)$

۷۲- اگر $f(z)=z^4-2z^3+z^2-12z+20$ و C دایره $|z|=5$ باشد آنگاه مقدار انتگرال $\int_C \frac{zf'(z)}{f(z)}dz$ (در جهت مثلثاتی) برابر است با:

۱) ۰

۲) πi

۳) $2\pi i$

۴) $4\pi i$

۷۳- تابع f با ضابطهٔ $f(z)=z^2(\sin\frac{1}{z}-\cos\frac{1}{z})$:

۱) در $z=0$ تکینی اساسی دارد.

۲) در $z=0$ قطب دارد.

۳) در $z=0$ تکینی برداشتنی دارد.

۴) در همسایگی محذوف (deleted) صفر کراندار است.

۷۴- فرض کنید $D\subset\mathbb{C}$ باز و همبند و $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ یک تابع تحلیلی روی D باشد. همچنین فرض کنید اعداد حقیقی a و b و c وجود دارند به طوری که $a^2+b^2\neq 0$ و برای هر $z=x+iy\in D$، $au(x,y)+bv(x,y)=c$، آنگاه:

۱) f روی D صفر است.

۲) f روی D ثابت است.

۳) f روی D یک چند جمله‌ای درجهٔ اول است.

۴) f روی D به صورت $f(z)=e^{g(z)}$ است که g تابعی تحلیلی و غیر ثابت است.

۷۵- مقدار انتگرال $\int_{|z|=1}\sin\bar{z}dz$ (در جهت مثلثاتی) کدام است؟

۱) صفر

۲) $-2\pi i$

۳) $2\pi i$

۴) ۱

۷۶- یک مزدوج همساز برای $u(x,y)=\frac{x}{x^۲+y^۲}$ در حوزهٔ $\mathbb{C}-\{۰\}$ عبارتست از:

۱) $\frac{-y}{x^۲+y^۲}$

۲) $\frac{-x}{x^۲+y^۲}$

۳) $\frac{y}{x^۲+y^۲}$

۴) $\frac{x}{x^۲+y^۲}$

۷۷- بسط لوران تابع $f(z)=\frac{۱}{z^۲-۳z+۲}$ در حوزه $|z|>۲$ حول مبدأ برابر است با:

۱) $\sum_{n=۰}^{\infty}(۱+\frac{۱}{۲^{n+۱}})z^n$

۲) $\sum_{n=۰}^{\infty}(۱-\frac{۱}{۲^{n+۱}})z^n$

۳) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{۲^n+۱}{z^{n+۱}}$

۴) $\sum_{n=۰}^{\infty}\frac{۲^n-۱}{z^{n+۱}}$

۷۸- فرض کنید تابع حقیقی f بر R دارای مشتق پیوسته باشد و $F(x+iy)=f(x+y)-if(x-y)$. در این صورت:

۱) F روی خط $x=y$ مشتق‌پذیر است.

۲) F روی خط $x=-y$ مشتق‌پذیر است.

۳) F روی محور حقیقی مشتق‌پذیر است.

۴) F روی محور موهومی مشتق‌پذیر است.

۷۹- مقدار انتگرال $\int_{۰}^{۲\pi}\sin(\exp e^{i\theta})\,d\theta$ برابر است با:

۱) $\frac{۲\pi}{\sin(۱)}$

۲) $\frac{۲\pi}{\cos(۱)}$

۳) $۲\pi\cos(۱)$

۴) $۲\pi\sin(۱)$

۸۰- **فرض کنید $f(z)=u+iv$ تابعی تام (همه جا تحلیلی) باشد و همواره $u^2-v^2<1$. در این صورت تابع f:**

۱) یک چند جمله‌ای با درجهٔ حداقل برابر یک است.

۲) متناوب است ولی الزاماً ثابت نیست.

۳) ثابت است.

۴) کراندار نیست.

۸۱- بازای هر دو عدد گویای $a,b\in Q$، تعریف می‌کنیم $a*b=\frac{ab}{۲۰}$. در این صورت وارون ۷ در این نیم گروه برابر است با:

۱) $\frac{۲۰۰}{۷}$

۲) $\frac{۴۰۰}{۷}$

۳) $\frac{۴۰۰}{۱۴}$

۴) $\frac{۷}{۴۰۰}$

۸۲- اگر G یک گروه و H و K زیر مجموعه‌های G و L زیر گروهی از G باشد به طوری‌که $H\subseteq L$، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $HK=KH$

۲) $L=H(L\cap K)$

۳) $H\cap LK=L(H\cap K)$

۴) $L\cap HK=H(L\cap K)$

۸۳- تعداد عناصر مرتبه ۴ در گروه متقارن درجه $(S_۶)$ چند است؟

۱) ۴۵

۲) ۹۰

۳) ۱۸۰

۴) ۳۶۰

۸۴- تعداد عضوهای حلقهٔ $\frac{Z_۲[x]}{(x^۳+۱)}$ برابر است با:

۱) ۱۲

۲) ۸

۳) ۶

۴) ۴

۸۵- چند گروه آبلی در حد یکریختی از مرتبهٔ ۷۲۰۰ وجود دارد؟

۱) ۱۲

۲) ۲۸

۳) ۱۵۰

۴) ۲۶۰

۸۶- کدام گزاره در مورد گروه خارج قسمتی $G=\frac{Q}{Z}$ (Q اعداد گویا است) درست نیست؟

۱) مرتبه‌ی هر عضو G متناهی است.

۲) هر زیر گروه متناهی G دوری است.

۳) به ازای هر عدد صحیح مثبت n، G دارای زیر گروه منحصر به فردی از مرتبه‌ی n است.

۴) هر زیر گروه محض G متناهی است.

۸۷- فرض کنید p و q دو عدد اول متمایز باشند، تعداد هم ریختی‌ها از گروه Z_{p^2} به گروه Z_{q^2} برابر است با:

۱) ۰

۲) ۱

۳) p

۴) q

۸۸- فرض کنید G گروهی از مرتبه ۱۲۵ است. کدام گزینه ممکن است یک زیر گروه نرمال G نباشد؟

۱) G'

۲) $G' \cap Z(G)$

۳) زیر گروه H به طوری‌که $|G:H|=5$

۴) زیر گروه H به طوری‌که $|H|=5$

۸۹- فرض کنید R حلقه‌ای جابجایی و یکدار با حداقل دو ایده‌آل ماکسیمال متناهی باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) R متناهی است.

۲) ضرب این دو ایده‌آل ماکسیمال صفر است.

۳) اشتراک این دو ایده‌آل ماکسیمال صفر است.

۴) هر کدام از این دو ایده‌آل ماکسیمال پوچتوان هستند.

۹۰- $R[x]$ حلقهٔ چند جمله‌ایها با ضرایب حقیقی فرض می‌شود. تعداد میدانها با تقریب یکریختی که به شکل $\frac{R[x]}{I}$ هستند و I ایدآل ماکسیمال $R[x]$ است، برابر است با:

۱) بینهایت

۲) ۱

۳) ۴

۴) ۲

۹۱- اگر $a_n = 2(-1)^{n-3[\frac{n}{2}]} + 3(-1)^n$، که در آن $[.]$ به معنی جزء صحیح است، مقدار $\lim_{n\to\infty} \inf a_n + \lim_{n\to\infty} \sup a_n$ کدام است؟

۱) ۴-

۲) ۰

۳) ۴

۴) ۶

۹۲- با فرض $e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$ و $s_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) $0 < e - s_n < \frac{1}{n!n}$

۲) $e - s_n = \frac{1}{n!n}$

۳) $e - s_n > \frac{2}{n!n}$

۴) $e - s_n \geq \frac{1}{n!n}$

۹۳- فرض کنید $\mathbb{Q} = \{r_n : n = 1,2,...\}$ و $f_n(x) = \begin{cases} x & x \in \{r_1,...,r_n\} \\ x^2 & \text{در غیراینصورت} \end{cases}$ ، $I = [0,1]$ و به ازای هر x در I، $f(x)$ حد دنباله $\{f_n(x)\}$ باشد. مجموعهٔ نقاط پیوستگی f در I کدام است؟

۱) $\{0,1\}$

۲) I

۳) تهی

۴) $I \cap \mathbb{Q}^c$

۹۴- $\mathbb{R}$ را با متریک اقلیدسی در نظر می‌گیریم. اگر $E \subseteq \mathbb{R}$ ناشمارا باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) E' ناشماراست.

۲) $E'' = (E')'$ حداکثر شماراست.

۳) $E'' = (E')'$ ناشماراست.

۴) گزاره‌های ۱ و ۳ هر دو صحیح هستند.

۹۵- فرض کنیم A و B دو زیر مجموعهٔ چگال در فضای متریک (X,d) باشند. در اینصورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) مجموعهٔ $A \cap B$ در X بسته نیست.

۲) اگر B باز باشد آنگاه $A \cap B$ در X چگال است.

۳) اگر $A \cap B$ در X چگال باشد آنگاه B باز است.

۴) گزاره‌های ۱ و ۲ هر دو صحیح هستند.

۹۶- در صورتی‌که C مجموعه کانتور باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) مجموعه C نقطه درونی ندارد و با $\mathbb{R}$ هم ارزاست.

۲) هر نقطهٔ مجموعه C حدی است.

۳) مجموعه‌ی C فشرده است.

۴) هر سه گزینه صحیح‌اند.

۹۷- کدام مجموعه شماراست؟ ($\mathbb{R}$ و $\mathbb{N}$ را با متریک اقلیدسی در نظر می‌گیریم)

۱) $A=\{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ f پیوسته، $\}$

۲) $A=\{f:\mathbb{R}\to\mathbb{N}$ f ناپیوسته، $\}$

۳) $A=\{f:\mathbb{R}\to\mathbb{N}$ f پیوسته، $\}$

۴) $A=\{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ f ناپیوسته، $\}$

۹۸- فرض کنید $f:(0,\infty)\to(0,\infty)$ پیوسته باشد و برای هر عدد طبیعی n مجموعه $\{x:f(x)\geq\frac{1}{n}\}$ کراندار باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ موجود نباشد.

۲) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ موجود است اما ممکن است $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ موجود نباشد.

۳) هر دو حد $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ موجود است.

۴) ممکن است هیچ یک از دو حد $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ موجود نباشد.

۹۹- تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\cos\frac{1}{x}$ را بر بازه $(0,\infty)$ در نظر بگیرید. در این صورت:

۱) توابع f و f' هر دو کراندار هستند.

۲) تابع f یکنواخت پیوسته نیست.

۳) برای هر $a>0$، تحدید f به $(0,a]$ یکنواخت پیوسته است.

۴) به ازای هر $a>0$، تابع f بر بازهٔ $[a,\infty)$ یکنواخت پیوسته نیست.

۱۰۰- فرض کنید $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر و $x\in\mathbb{R}$ وجود نداشته باشد به طوری که $f(x)=f'(x)=0$. در این صورت مجموعهٔ $\{x:0\leq x\leq1\ ,\ f(x)=0\}$:

۱) متناهی است.

۲) نامتناهی است ولی در $[0,1]$ چگال نیست.

۳) نامتناهی و در $[0,1]$ چگال است.

۴) نامتناهی و در $[0,1]$ بسته است.

۱۰۱- فرض کنید توابع حقیقی کراندار f و α روی بازهٔ $[a,b]$ مفروض باشند به طوری که α صعودی باشد. در کدام حالت انتگرال ریمان استیلت یس f نسبت به α همواره موجود نیست؟

۱) α در یک نقطه ناپیوسته باشد.

۲) f در یک نقطه ناپیوسته باشد.

۳) f و α هر دو در یک نقطه از راست ناپیوسته باشند.

۴) f و α هر دو در یک نقطه ناپیوسته باشند.

۱۰۲- فرض کنید $\overline{\int_a^b f\,d\alpha}$ انتگرال ریمان استیلت یس بالایی f نسبت به α باشد. مقدار این انتگرال بالایی برای $f(x)=\alpha(x)=[x]$ و $a=0$, $b=10$ چقدر است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۴۵

۴) ۵۵

۱۰۳- کدام گزاره نادرست است؟

۱) $f(x)=e^{\sin x^2}$ نسبت به $\alpha(x)=-\cos x$ بر $[0,\frac{\pi}{2}]$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

۲) $f(x)=\sin x+[x]$ بر $[-2,2]$ نسبت به $\alpha(x)=\begin{cases}0 & -2\le x<0\\ 1 & 0\le x\le 2\end{cases}$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

۳) $f(x)=\sin[x]+x$ بر $[0,\frac{\pi}{2}]$ نسبت به $\alpha(x)=\sin x$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

۴) $f(x)=\sin^2 x+[x]$ بر $[-\frac{2}{3},\frac{2}{3}]$ نسبت به $\alpha(x)=\begin{cases}0 & \frac{-2}{3}<x\le 0\\ 1 & 0<x\le\frac{2}{3}\end{cases}$ انتگرال ریمان استیلت یس دارد.

۱۰۴- فرض کنید $A=\{\frac{1}{n}:n\in\mathbb{N}\}$ و تابع $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}1 & x\in A\\ 0 & x\notin A\end{cases}$ تعریف شود. در این صورت تابع f بر $[0,1]$:

۱) انتگرال‌پذیر ریمان و با تغییر کران‌دار است.

۲) با تغییر کران‌دار نیست و بر $[0,1]$ انتگرال ریمان ندارد.

۳) با تغییر کران‌دار است ولی انتگرال‌پذیر ریمان نیست.

۴) با تغییر کران‌دار نیست ولی انتگرال‌پذیر ریمان است.

۱۰۵- فرض کنید بر بازهٔ $[0,1]$، $f_n(x)=nx^n$. دنباله توابع $\{f_n\}$ دارای کدام خاصیت است؟

۱) در $[0,1)$ همگرای نقطه‌وار است.

۲) در $[0,1]$ همگرای نقطه‌وار است.

۳) روی $[0,1)$ همگرای یکنواخت است.

۴) $\lim_{n\to+\infty}\int_0^1 f_n(x)dx=\int_0^1\lim_{n\to+\infty}f_n(x)dx$

۱۰۶- فرض کنید $\{f_n\}$ یک دنباله از توابع باشد که بر بازه $[a,b]$ به تابع f همگرای یکنواخت است. کدام گزاره نادرست است؟

۱) اگر f_nها پیوسته باشند آنگاه f نیز پیوسته است.

۲) اگر f_nها بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر ریمان باشند آنگاه f نیز بر $[a,b]$ انتگرال‌پذیر ریمان است.

۳) اگر از مرتبه‌ای به بعد f_nها کراندار باشند آنگاه f نیز کراندار است.

۴) اگر f_nها بر $[a,b]$ مشتق‌پذیر باشندآنگاه f نیز بر $[a,b]$ مشتق‌پذیر است و $\{f_n'\}$ به تابع f' بر $[a,b]$ همگرای یکنواخت است.

۱۰۷- تابع $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x^n}{n!}\right)^2$:

۱) فقط روی $[-1,1]$ پیوسته است.

۲) روی $\mathbb{R}$ پیوسته است.

۳) فقط روی $(-1,1]$ پیوسته است.

۴) فقط در $x=0$ پیوسته است.

۱۰۸- فرض کنید سری‌های $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ و $\sum_{n=0}^{\infty}b_nx^n$ بر بازهٔ $S=(-r,r)$ همگرا باشند، که $r>0$ و E را مجموعهٔ نقاط x در S بگیرید که دوسری فوق در آن نقاط برابر باشند. ضعیف‌ترین شرط برای آنکه الزاماً تساوی $a_n=b_n$ برای هر $n\geq 1$ برقرار باشد، کدام است؟

۱) E متناهی باشد.

۲) E ناشمارا باشد.

۳) E فشرده باشد.

۴) E شمارای نامتناهی باشد.

۱۰۹- فرض کنید توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\begin{cases}x\sin\frac{1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ و $g(x)=[x^2]+1$ بر $[0,1]$ تعریف شده‌اند. در این صورت:

۱) تابع $f+g$ بر بازهٔ $[0,1]$ با تغییر کران‌دار است.

۲) تابع f بر بازه $[0,1]$ با تغییر کران‌دار است ولی $\frac{f}{g}$ بر این بازه با تغییر کران‌دار نیست.

۳) تابع fg بر $[0,1]$ با تغییر کران‌دار نیست.

۴) هیچ یک از توابع f و g بر $[0,1]$ با تغییر کران‌دار نیستند.

۱۱۰- برای هر تابع با تغییر کران‌دار f بر $[0,1]$ تعریف می‌کنیم $\alpha(f)=|f(0)|+v_f[0,1]$، که $v_f[0,1]$ تغییر کل تابع f بر $[0,1]$ است. اگر $\beta(f)=\sup\{|f(x)|:x\in[0,1]\}$ آنگاه کدام گزاره برای توابع با تغییر کران‌دار f و g بر $[0,1]$ درست است؟

۱) $\beta(fg)\leq\beta(f)\alpha(g)-\beta(g)\alpha(f)$

۲) $\alpha(fg)=\beta(f)\alpha(g)+\alpha(f)\beta(g)$

۳) $\beta(f)\geq\alpha(f)$

۴) $\beta(f)\leq\alpha(f)$

۱۱۱- فرض کنید $f(x)=\frac{1}{2}x^2-Lnx$ در فاصله‌های متساوی‌الفاصله به طول h در بازه [۱,۲] جدول‌بندی شده است. مقدار h چقدر باشد تا قدر مطلق خطای ناشی از درونیابی خطی بین هر دو نقطه مجاور از 10^{-4} کمتر شود؟

۱) ۰/۰۲

۲) ۰/۰۳

۳) ۰/۲

۴) ۰/۳

۱۱۲- تابع جدولی زیر مفروض است:

x_i	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۳
f_i	۱	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

مقدار تقریبی $\int_0^3 f(x)dx$ با روش سیمسون مرکب کدام است؟

۱) $\frac{17}{12}$

۲) $\frac{25}{18}$

۳) $\frac{15}{8}$

۴) $\frac{4}{3}$

۱۱۳- در فرمول انتگرال‌گیری عددی $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx \simeq \alpha f(x_1)$ ، مقادیر α و x_1 را چقدر باشند تا روش تقریبی دارای بالاترین درجه دقت برای چند جمله‌ای‌ها باشد، و درجه دقت k مربوط به بالاترین درجه کدام است؟

۱) $\alpha=1$ ، $x_1=\frac{1}{2}$ ، $k=2$

۲) $\alpha=1$ ، $x_1=\frac{1}{3}$ ، $k=1$

۳) $\alpha=2$ ، $x_1=\frac{1}{2}$ ، $k=2$

۴) $\alpha=2$ ، $x_1=\frac{1}{3}$ ، $k=1$

۱۱۴- برای معادله $y' = ۲y$ با شرط اولیه $y(x_۰) = y_۰$، روش رانگه- کوتای مرتبه ۲ را با طول گام h به کار می‌بریم. مقدار y_n، جواب تقریبی معادله در نقطه $x_n = x_۰ + nh$ کدام است؟

۱) $y_n = (h^۲ + ۲h)^n y_۰$

۲) $y_n = (h^۲ + ۲h + ۲)^n y_۰$

۳) $y_n = (۲h^۲ + h + ۱)^n y_۰$

۴) $y_n = (۲h^۲ + ۲h + ۱)^n y_۰$

۱۱۵- فرض کنید دنباله حاصل از روش تکراری $x_{n+۱} = \frac{x_n^۳ + ۳ax_n}{۳x_n^۲ + a}$ ، $a > ۰$، همگرا به ریشه معادله $f(x) = x^۲ - a$ باشد. بیشترین مرتبه همگرایی روش چقدر است؟

۱) ۳

۲) ۱

۳) ۲

۴) حداقل ۲

۱۱۶- فرض کنید α دقیقاً ریشه مرتبه سوم معادله $f(x) = ۰$ باشد. در این صورت، مقدار عبارت $\lim_{n\to\infty} \frac{x_{n+۱} - \alpha}{x_n - \alpha}$ ، وقتی $\{x_n\}$ دنباله حاصل از روش نیوتن باشد، کدام است؟

۱) ۰

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ۱

۱۱۷- فرض کنید Δ عملگر تفاضل پیشرو باشد. در این صورت، $\Delta[f(x)g(x)]$ برابر است با:

۱) $f(x).\Delta g(x) + \Delta f(x).g(x+h)$

۲) $f(x).\Delta g(x) - \Delta f(x).g(x+h)$

۳) $f(x).\Delta g(x) + f(x).\Delta g(x+h)$

۴) $f(x).\Delta g(x) - f(x).\Delta g(x+h)$

۱۱۸- تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید. مقدار تقریبی $f(-۱/۵)$ با استفاده از چند جمله‌ای درون‌یاب درجه دوم برابر است با:

x_i	-۲	-۱	۰	۱
f_i	۱	۰	۲	-۱

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۳}{۸}$

۱۱۹- اگر $S_۱ = \sum_{i=۰}^{n} x_i$ ، $S_۲ = \sum_{\substack{i,j=۰ \\ i\neq j}}^{n} x_i x_j$ ، $S_۳ = \sum_{\substack{i,j,k=۰ \\ i\neq j\neq k}}^{n} x_i x_j x_k$ و $S_n = x_۰ x_۱ \dots x_n$ و تابع $f(x) = x^{n+۱}$ را در نقاط $x_۰, x_۱, \dots, x_n$ درونیابی کنیم، آنگاه ضریب $x^{n-۱}$ در تابع درونیاب برابر است با:

۱) $-S_۱$

۲) $-S_۲$

۳) $S_۱$

۴) $S_۲$

۱۲۰- برای محاسبه $۱ - \cos x$ در نزدیکی صفر از چه عبارتی استفاده می‌کنید؟

۱) ۰

۲) $\frac{x}{۲} - \frac{x^۲}{۲}$

۳) $x^۳ - \frac{x^۲}{۲}$

۴) $\frac{\sin^۲ x}{۱ + \cos x}$

۱۲۱- فرض کنید A ماتریسی مربعی روی میدان Z_7 باشد به طوری که چند جمله‌ای مشخصهٔ آن $(x-2)^5(x+3)^6$ است در این صورت $tr(A)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۴

۴) ۶

۱۲۲- فرض کنید $A \in M_n(R)$ و $A = A^T$. اگر $X, Y \in R^n$ بردارهای ویژهٔ A باشند به طوری که $AX = 2X$ و $AY = 3Y$ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $tr(A) > 0$

۲) ۹ یک مقدار ویژهٔ A^2 است.

۳) ضرب داخلی X و Y صفر است.

۴) Y و X مستقل خطی‌اند.

۱۲۳- در صفحه، S تبدیل تقارن نسبت به محور xها و T تبدیل تقارن نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم فرض می‌شود. ماتریس تبدیل ST نسبت به پایه استاندارد کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

۱۲۴- فرض کنید V یک فضای برداری ۱۰ بعدی و $f: V \to V$ یک تبدیل خطی باشد به نحوی که $\text{Ker } f = W_1 \cap W_2$ که در آن W_1 و W_2 دو ابر صفحه متمایز V هستند. در این صورت کدام یک صحیح است؟

۱) $V = f(W_1) + f(W_2)$

۲) $f(V)$ یک ابر صفحهٔ V است.

۳) هر پایهٔ $\ker f$ را می‌توان با افزودن یک بردار مناسب به پایه‌ای برای V تبدیل کرد.

۴) $f(W_1)$ و $f(W_2)$ ابر صفحه‌های $f(V)$ هستند.

۱۲۵- تبدیل خطی $T(f(x)) = f(x-2)$ از فضای چند جمله‌ای‌های حداکثر از درجه ۳ به خودش را در نظر بگیرید. بردارهای ویژه T کدام است؟

۱) چند جمله‌ای‌های ناصفر با درجه حداکثر ۱

۲) چند جمله‌ای‌های ثابت ناصفر

۳) چند جمله‌ای‌های ناصفر با درجه حداکثر ۲

۴) چند جمله‌ای‌های ناصفر با درجه حداکثر۳

۱۲۶- فرض کنید V فضای برداری ماتریس‌های 2×2 با درایه‌های حقیقی باشد. در این صورت بعد تصویر تبدیل خطی $T: V \to V$ با ضابطهٔ $T(A) = A\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} A$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۲۷- فرض کنید $A=\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۲\\ ۰ & -۱ & ۱\\ ۰ & ۱ & ۰\end{bmatrix}$. مقدار $A^۵-۲A^۳+۲A^۲+I$ کدام است؟

۱) $\begin{pmatrix}۱ & ۲ & ۲\\ ۰ & ۳ & -۱\\ ۰ & -۱ & ۱\end{pmatrix}$

۲) $\begin{pmatrix}۰ & ۲ & ۲\\ ۰ & ۱ & -۱\\ ۰ & -۱ & ۰\end{pmatrix}$

۳) $\begin{pmatrix}۲ & ۲ & ۲\\ ۰ & ۳ & -۱\\ ۰ & -۱ & ۲\end{pmatrix}$

۴) $\begin{pmatrix}۱ & ۲ & ۲\\ ۰ & ۲ & -۱\\ ۰ & -۱ & ۱\end{pmatrix}$

۱۲۸- اگر A ماتریس ۴×۴ با مقادیر ویژه ۱ ، $\sqrt{۲}$ ، $\sqrt{۳}$ ، ۲ باشد در این صورت $\mathrm{tr}(I+A^۲)^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۷۷}{۶۰}$

۲) $\frac{۷۵}{۶۰}$

۳) ۱۶

۴) ۱۴

۱۲۹- فرض کنید $T:R^۲\to R^۲$ یک تبدیل خطی با ضابطهٔ $T(x,y)=(۲x+۳y \quad , \quad x-y)$ است. اگر $B=\{(۱,-۱),(۱,-۲)\}$ یک پایه مرتب برای $R^۲$ باشد، ماتریس تبدیل خطی $T^{-۱}$ نسبت به این پایه کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۵} & -\frac{۱}{۵}\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۵} & \frac{۱}{۵}\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}-\frac{۱}{۵} & -۱\\ -\frac{۱}{۵} & ۰\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}-۱ & -۵\\ -۱ & ۰\end{bmatrix}$

۱۳۰- چند جمله‌ای مینیمال ماتریس حقیقی A عبارتست از $x^۳+۳x+۴$. در این صورت به عنوان یک تبدیل خطی روی R^n:

۱) A یک زیر فضای یک بعدی را ثابت نگه می‌دارد.

۲) A فقط بردار صفر را ثابت نگه می‌دارد.

۳) مجموع مقادیر ویژهٔ حقیقی A مساوی صفر است.

۴) مجموع مقادیر ویژهٔ A برابر ۴ است.

کليد اوليه آزمون تحصيلات تکميلي (کارشناسي ارشد) سال 1391

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون کارشناسي ارشد سال 1391 مي رساند که کليد اوليه اوليه سؤالات بر روي سايت سازمان سنجش قرار گرفته است. اين کليد اوليه غير قابل استناد است. پس از دريافت نظرات داوطلبان و صاحب‌نظران کليد نهائي سؤالات تهيه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. از اين رو، داوطلبان در صورت تمايل مي‌توانند تا تاريخ 90/12/15 با مراجعه به سايت سازمان سنجش از طريق سيستم اينترنتي ارسال درخواست نسبت به تکميل فرمي که براي دريافت اين نظرات آماده گرديده است، اقدام نمايند. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طريق اينترنت دريافت خواهد شد و به موارد ارسالي از طريق ديگر رسيدگي نخواهد گرديد. با توجه به اينکه بعد از تاريخ 90/12/15 نظرات جمع‌آوري و کليد اوليه نهايي ساخته خواهد شد، هيچ تجديدنظري پس از اين تاريخ قابل بررسي نخواهد بود.

کد رشته امتحاني	نام رشته امتحاني	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحاني
1208	مجموعه رياضي	A	**1**	علوم پايه

شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح
1	1	26	1	51	3	76	1
2	4	27	3	52	3	77	4
3	2	28	2	53	2	78	3
4	3	29	1	54	2	79	4
5	2	30	2	55	2	80	3
6	1	31	4	56	1	81	2
7	4	32	1	57	4	82	4
8	3	33	2	58	3	83	3
9	2	34	4	59	1	84	2
10	1	35	1	60	4	85	2
11	3	36	3	61	1	86	4
12	4	37	2	62	1	87	2
13	2	38	3	63	1	88	4
14	1	39	4	64	2	89	1
15	4	40	2	65	2	90	4
16	4	41	1	66	1	91	2
17	1	42	4	67	1	92	1
18	1	43	3	68	2	93	1
19	4	44	3	69	3	94	4
20	4	45	3	70	3	95	2
21	3	46	2	71	2	96	4
22	2	47	3	72	4	97	3
23	2	48	4	73	1	98	2
24	3	49	1	74	2	99	2
25	4	50	2	75	3	100	1

شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح	شماره سوال	گزينه صحيح
101	3	131		161		191	
102	4	132		162		192	
103	2	133		163		193	
104	4	134		164		194	
105	1	135		165		195	
106	4	136		166		196	
107	2	137		167		197	
108	4	138		168		198	
109	3	139		169		199	
110	4	140		170		200	
111	1	141		171		201	
112	2	142		172		202	
113	4	143		173		203	
114	4	144		174		204	
115	1	145		175		205	
116	3	146		176		206	
117	1	147		177		207	
118	3	148		178		208	
119	2	149		179		209	
120	4	150		180		210	
121	4	151		181		211	
122	1	152		182		212	
123	3	153		183		213	
124	4	154		184		214	
125	2	155		185		215	
126	2	156		186		216	

127	3
128	1
129	3
130	1