514D

514
D

نام
نام خانوادگی
محل امضاء

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۱/۱۱/۲۰

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل ـ سال ۱۳۹۲

مجموعه ریاضی ـ کد ۱۲۰۸

تعداد سؤال: ۱۳۰ — مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	زبان عمومی و تخصصی	۳۰	۱	۳۰
۲	ریاضیات عمومی، توابع مختلط و آنالیز ریاضی ۱ و ۲	۵۰	۳۱	۸۰
۳	جبر و جبر خطی	۲۰	۸۱	۱۰۰
۴	معادلات دیفرانسیل، آنالیز عددی ۱ و آمار و احتمال	۳۰	۱۰۱	۱۳۰

بهمن ماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

Part A: Vocabulary

***Directions:** Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1- Yet life is not literature, nor is literature life; the two are ----------.
1) consistent 2) distinct 3) temporary 4) adequate

2- The hurricane would not have had such a/an ---------- effect on the coastal village had the storm surge not arrived during an abnormally high tide.
1) devastating 2) ultimate 3) calculating 4) obligatory

3- Federica expressed doubt about the existence of true altruism, claiming that no one makes a ---------- without expecting to receive something in return in one form or another.
1) facility 2) hypothesis 3) premise 4) sacrifice

4- As a supporter of the value of free trade, Bennett was often called upon to give speeches around the world ---------- the virtues of unencumbered commerce.
1) monitoring 2) purchasing 3) praising 4) exchanging

5- The efforts to revive the local economy after the departure of the town's largest employer were eased by the construction of a new arts center that would infuse the community with much-needed ----------.
1) revenue 2) scheme 3) schedule 4) survival

6- Eagerly advocating rehabilitation, Gena has always believed that individuals who have been imprisoned deserve the opportunity to return to society as ---------- citizens.
1) voluntary 2) crucial 3) productive 4) internal

7- With ---------- approval, the parliament accepted the new law that would prohibit companies from discriminating according to race in their hiring practices.
1) intrinsic 2) fanatical 3) sporadic 4) unanimous

8- Many medical researchers now believe that there is such a thing as being too clean. The "hygiene hypothesis" suggests that excessively sanitary conditions can ---------- a person's resistance to disease.
1) initiate 2) diminish 3) abandon 4) undertake

9- One popular misconception is that these subsidies produce lower food prices, and so are a --------- to consumers. This analysis ignores the fact that consumers are also paying for these subsidies through taxes.
1) transfer 2) device 3) boon 4) status

10- As one of the most popular writers of the 20th century, Jack Kerouac authored several books that ------- to a wide variety of readers.
1) appeal 2) attribute 3) appear 4) devote

Part B: Cloze Test

***Directions:** Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

The climate is expected to increasingly shape and (11) ---------- by cities. In a vicious circle, climate change will increase energy demand for air conditioning in cities, (12) ---------- will add to greenhouse gas emissions. It could also raise temperatures in urban areas (13) ---------- 2-6 °C. "Heat, pollution, smog and ground-level ozone [from cities] affect surrounding areas, reducing agricultural yields, increasing health risks and (14) ---------- tornadoes and thunderstorms. (15) ---------- on urban water supplies are expected to be dramatic," the report says. Cities like New Delhi, in the drier areas, will be hit particularly hard.

11- 1) be shaped 2) shaped 3) is shaped 4) be shaping
12- 1) where they 2) they 3) that 4) which
13- 1) high up 2) by 3) for 4) at
14- 1) to produce 2) and produce 3) and producing 4) which produces
15- 1) The impacts of climate change 2) The climate change impact
3) The impact changes in climate 4) The change in climate impact

Part C. Reading Comprehension

Directions: ***Read the following three passages and choose the best choice*** **(1), (2), (3),** ***or*** **(4).** ***Then mark it on your answer sheet.***

Passage 1

Some mathematicians are of the opinion that the doing of mathematics is closer to discovery than invention. These mathematicians believe that the detailed and precise results of mathematics may be reasonably taken to be true without any dependence on the universe in which we live. For example, they would argue that the theory of the natural numbers is fundamentally valid, in a way that does not require any specific context. Some mathematicians have extrapolated this viewpoint that mathematical beauty is truth further, in some cases becoming mysticism. Pythagoras believed in the literal reality of numbers. The discovery of the existence of irrational numbers was a shock to them - they considered the existence of numbers not expressible as the ratio of two natural numbers to be a flaw in nature. From the modern perspective Pythagoras' mystical treatment of numbers was that of a numerologist rather than a mathematician. In Plato's philosophy there were two worlds, the physical one in which we live and another abstract world which contained unchanging truth, including mathematics. He believed that the physical world was a mere reflection of the more perfect abstract world.

16- Which of the following is TRUE according to the passage?

1) The validity of the natural number theory is arguably independent of a specific context.
2) Discovery, and not invention, is the main concern and objective of mathematicians.
3) Mysticism and mathematical beauty are generally taken to be affecting each other.
4) Mathematical results have little to do with the social context we live in.

17- It is stated in the passage that ----------.

1) Pythagoras originally developed the idea of the literal reality of numbers
2) Pythagoreans tried to devise a system which could account for irrational numbers
3) Pythagoras believed that he was a numerologist rather than a mathematician
4) Pythagoreans were extremely troubled by the fact that irrational numbers actually existed

18- The word "extrapolated" in line 5 is closest in meaning to ----------.

1) explained 2) exceeded 3) inferred 4) improved

19- As Plato argued, mathematics ----------.

1) is physical rather than a philosophical concept
2) belongs to a world different from the physical world in which we live
3) seems to be elusive as it is subject to perpetual change
4) is affected by the very existence of unchanging truth contained in the abstract world

20. From the last sentence in the passage, "He believed that the physical world was a mere reflection of the more perfect abstract world," we realize that Plato ----------.

1) actually insinuated that there is no abstract world
2) stated that the features of our physical world mirror those of another world
3) believes that the two worlds mentioned have nothing to do with one another
4) did his best to account for the world we live in though the medium of mathematics

Passage 2

In mathematics, intuitionism is a program of methodological reform whose motto is that "there are no non-experienced mathematical truths" (L.E.J. Brouwer). From this springboard, intuitionists seek to reconstruct what they consider to be the corrigible portion of mathematics in accordance with Kantian concepts of being, becoming, intuition, and knowledge. Brouwer, the founder of the movement, held that mathematical objects arise from the a priori forms of the volitions that inform the perception of empirical objects. Leopold Kronecker said: "The natural numbers come from God, everything else is man's work."A major force behind Intuitionism was L.E.J. Brouwer, who rejected the usefulness of formalized logic of any sort for mathematics. His student Arend Heyting, postulated an intuitionistic logic, different from the classical Aristotelian logic; this logic does not contain the law of the excluded middle and therefore frowns upon proofs by contradiction. The axiom of choice is also rejected in most intuitionistic set theories, though in some versions it is accepted. Important work was later done by Errett Bishop, who managed to prove versions of the most important theorems in real analysis within this framework. In intuitionism, the term "explicit construction" is not cleanly defined, and that has led to criticisms. Attempts have been made to use the concepts of Turing machine or computable function to fill this gap, leading to the claim that only questions regarding the behavior of finite algorithms are meaningful and should be investigated in mathematics!

21- The words 'this springboard' in line 2 refer to a(n) ----------.

1) reform 2) truth 3) intuition 4) motto

22- Which of the following about Brouwer is TRUE according to the passage?

1) Brouwer thought that formalized logic is not essential to development of mathematics.
2) Intuitionism is based on the reconstruction of the Kantian concepts of being and becoming.
3) Brouwer believed that volitions give rise to the development of a priori forms.
4) The perception of empirical objects, according to Brouwer, is, in fact, a mathematical volition.

23- The passage states that intuitionism ----------.

1) covers the Aristotelian logic at some points
2) is not founded on the rule of proof by contradiction
3) does not favor the law of the excluded middle
4) seems to accept the axiom of choice in all its versions

24- The word "corrigible" in line 3 is closely related to the verb ----------.

1) argue 2) repair 3) examine 4) prove

25- It is mentioned in the passage that ----------.

1) the theorems proved by Bishop does seem to the author to have been of any significance
2) Intuitioinistic set theories are all in close relationship with the axiom of choice
3) concepts of Turing machine can be used to help clarify the term "explicit construction"
4) it is axiomatic that mathematics is to deal with finite algorithms only

Passage 3

Social constructivism or social realism theories see mathematics primarily as a social construct, as a product of culture, subject to correction and change. Like the other sciences, mathematics is viewed as an empirical endeavor whose results are constantly evaluated and may be discarded. However, while on an empiricist view the evaluation is some sort of comparison with 'reality', social constructivists emphasize that the direction of mathematical research is dictated by the fashions of the social group performing it or by the needs of the society financing it. However, although such external forces may change the direction of some mathematical research, there are strong internal constraints—the mathematical traditions, methods, problems, meanings and values into which mathematicians are enculturated—that work to conserve the historically defined discipline. This runs counter to the traditional beliefs of working mathematicians, that mathematics is somehow pure or objective. But social constructivists argue that mathematics is in fact grounded by much uncertainty: as mathematical practice evolves, the status of previous mathematics is cast into doubt, and is corrected to the degree which is required or desired by the current mathematical community. This can be seen in the development of analysis from reexamination of the calculus of Leibniz and Newton. They argue further that finished mathematics is often accorded too much status, and folk mathematics not enough, due to an over-emphasis on axiomatic proof and peer review as practices. The social natue of mathematics is highlighted in its subcultures.

26- Social constructivists argue that the direction of mathematical research is determined by ----------.

1) correction and change
2) need and fashion
3) evaluation and error
4) constructs and results

27- According to social constructivists ----------.

1) internal constraints, no matter show strong they are, have no bearing on mathematical research
2) social realism theories are in harmony with the traditional beliefs of working mathematicians
3) mathematical research findings are subject to evaluation and may be discarded at times
4) mathematics is a science that is unique, compared with other sciences

28- The word "they" in line 15 refers to ----------.

1) traditional mathematicians
2) Leibniz and Newton
3) mathematical community
4) social constructivists

29- Which of the followings , according to social constructivists, require more attention?

1) Folk mathematics
2) Peer review practices
3) Pure mathematics
4) Axiomatic proof

30- The word "which" in line 13 refers to a ----------.

1) mathematics 2) status 3) practice 4) degree

۳۱- مقدرا انتگرال معین $\int_{0}^{\frac{\pi^2}{4}} \cos^2\sqrt{x}\,dx$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^2+2}{4}$

۲) $\frac{\pi^2-4}{8}$

۳) $\frac{\pi\sqrt{\pi}-1}{4}$

۴) $\frac{\pi^2-1}{8}$

۳۲- اگر $f(t)=\begin{cases}\frac{1}{t}\sin t & t\neq 0\\ 1 & t=0\end{cases}$ ، آنگاه مشتق تابع $\int_{-x^2}^{0} f(t)dt$ نسبت به x کدام است؟

۱) $\frac{2\sin^2 x}{x}$

۲) $\frac{2\sin x}{x^2}$

۳) $\frac{2\sin x^2}{x}$

۴) $\frac{2\sin x}{x}$

۳۳- با استفاده از سری توانی $f(x)=\frac{e^x-1}{x}$، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)!}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{3}{2}$

۳۴- در مورد تابع $f(x)=\frac{x^4+x^3-2x^2}{x^3-x}$ کدام گزینه درست است؟

۱) دو مجانب موازی دارد.

۲) سه مجانب موازی دارد.

۳) دو مجانب غیر موازی دارد.

۴) چهار مجانب دارد.

۳۵- مقدار $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \frac{\sqrt[k]{k!}}{k}$ کدام است؟

۱) e

۲) ۱

۳) $\frac{1}{e}$

۴) e^2

۳۶- شرط لازم برای اینکه تابع زیر در $x = \pi$ ناپیوستگی رفع شدنی داشته باشد کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}\sin\left(\frac{a}{\cos x}\right)\cos\left(\frac{a}{\sin x}\right) & x \neq k\frac{\pi}{2} \\ b & x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۱) $a = 0$

۲) $a = \pi$

۳) $b = 0$

۴) $a = \pi\ ,\ b = 0$

۳۷- تابع $f(x) = [(x-1)^2]$ در بازه‌ی باز $(0,2)$ مفروض است، که در آن $[x]$ جز صحیح x است. در این صورت تابع f:

۱) در یک نقطه ناپیوسته است.

۲) همه جا پیوسته است.

۳) در سه نقطه ناپیوسته است.

۴) در نقاطی که $(x-1)^2$ یک عدد صحیح باشد، ناپیوسته است.

۳۸- مقدار $\lim_{n\to\infty} n\tan^2\frac{1}{\sqrt{n}}$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) موجود نیست.

۴) ∞

۳۹- فرض کنید m و n اعدادی طبیعی باشند به طوری‌که $m < n$. تابع ϕ را بر $(0,\frac{\pi}{2})$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\phi(x) = \frac{\int_0^x \sin^m t\,dt}{\int_0^x \sin^n t\,dt}$$

کدام گزینه درست است؟

۱) تابع ϕ اکیداً نزولی است.

۲) تابع ϕ اکیداً نانزولی است. ولی اکیداً نزولی نیست.

۳) تابع ϕ اکیداً صعودی است.

۴) تابع ϕ اکیداً ناصعودی است. ولی اکیداً صعودی نیست.

۴۰- اگر داشته باشیم $\begin{cases} x^2 + y^2 = u \\ x\sin y + y = v \end{cases}$، آنگاه $\frac{\partial x}{\partial V}$ کدام است؟

۱) $x\cos y + 1$

۲) $\frac{x^2\cos y + x + y\sin y}{-y}$

۳) $\frac{x}{x^2\cos y + x + y\sin y}$

۴) $\frac{-y}{x^2\cos y + x - y\sin y}$

۴۱- فرض کنید $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(|x|-|y|)}{|x|+|y|} & (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$. کدام گزاره درمورد f درست است؟

۱) $f_x(0,0)$ و $f_y(0,0)$ موجودند.

۲) $f_x(0,0)$ وجود ندارد ولی $f_y(0,0)$ وجود دارد.

۳) $f_x(0,0)$ و $f_y(0,0)$ هیچ‌کدام وجود ندارند.

۴) $f_x(0,0)$ وجود دارد ولی $f_y(0,0)$ وجود ندارد.

۴۲- کسینوس زاویه بین فصل مشترک صفحات $2x + y - z = 0$ و $x + y + 2z = 0$ با جهت منفی محور xها کدام است؟

۱) $\frac{3}{\sqrt{35}}$

۲) $\frac{5}{\sqrt{35}}$

۳) $-\frac{3}{\sqrt{35}}$

۴) $-\frac{5}{\sqrt{35}}$

۴۳- بیشترین حجم مکعب مستطیلی که داخل یک کره به شعاع واحد قرار می‌گیرد کدام است؟

۱) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۹}$

۲) $\frac{۸\sqrt{۲}}{۹}$

۳) $\frac{۴\sqrt{۲}}{۹}$

۴) $\frac{۸}{۹}\sqrt{۳}$

۴۴- انتگرال $\int_C (\cos x \sin y - x^۳ y)dx + \sin x \cos y dy$ روی دایرهٔ $C: x^۲ + y^۲ = ۱$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) $\frac{\pi}{۲}$

۴) π

۴۵- حجم حاصل از دوران دلنمای $p = a(۱ + \cos\theta)$ $(a > ۰)$ حول محور xها کدام است؟

۱) $\frac{a^۳}{۶}$

۲) $\frac{\pi a^۳}{۶}$

۳) $\frac{۸a^۳}{۳}$

۴) $\frac{۸\pi a^۳}{۳}$

۴۶- محیط کاردیوئید به معادلات پارامتری زیر که در آن $a > ۰$، کدام است؟

$$\begin{cases} x = a(۲\cos t - \cos ۲t) \\ y = a(۲\sin t - \sin ۲t) \end{cases}$$

۱) ۲a

۲) ۴a

۳) ۸a

۴) ۱۶a

۴۷- فرض کنید جسم صلبی در ناحیهٔ $۱ \le x^۲ + y^۲ + z^۲ \le ۴$ با چگالی $\delta = \sqrt{x^۲ + y^۲ + z^۲}$ داده شده است. جرم جسم کدام است؟

۱) $۳\pi^۲$

۲) ۱۵π

۳) $\frac{۱۴\pi^۲}{۳}$

۴) ۱۶π

۴۸- منحنی $C:\begin{cases}x=\sin t\\ y=\cos t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ و رویه $S=\{(x,y,z): z=y^۲-x^۲\}$ مفروض است. اگر $P(x_۰,y_۰,z_۰)$ نقطه‌ای $z=\cos ۲t$ از C باشد که مماس بر منحنی C در این نقطه تماماً بر سطح S قرار گیرد، آنگاه:

۱) $z_۰=۰$

۲) $z_۰=\frac{\pi}{۴}$

۳) $z_۰=۱$

۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

۴۹- منحنی C با معادلات پارامتری $t\in[۰,\infty)$ $C:\begin{cases}x=\cos t\\ y=\sin t\\ z=t\end{cases}$ را در نظر بگیرید. تصویر قائم منحنی C بر صفحه $x+z=۱$ کدام است؟

۱) $\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}(۱+\cos t-t)\\ y=۰\\ z=\frac{۱}{۲}(۱+t-\cos t)\end{cases}$

۲) $\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}(۱+\cos t-t)\\ y=\sin t\\ z=\frac{۱}{۲}(۱+t-\cos t)\end{cases}$

۳) $\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}(۱+t-\cos t)\\ y=۰\\ z=\frac{۱}{۲}(۱+\cos t-t)\end{cases}$

۴) $\begin{cases}x=\frac{۱}{۲}(۱+t-\cos t)\\ y=\sin t\\ z=\frac{۱}{۲}(۱+\cos t-t)\end{cases}$

۵۰- جهت (جهت‌هایی) را تعیین کنید که با حرکت در آن جهت (جهت‌ها) از مبدأ مقادیر تابع $f:\mathbb{R}^۳\to\mathbb{R}$ با ضابطه $f(x,y,z)=\begin{cases}\frac{x^۳+yz^۲}{x^۲+y^۲+z^۲} & (x,y,z)\neq(۰,۰,۰)\\ ۰ & (x,y,z)=(۰,۰,۰)\end{cases}$ با بیشترین سرعت شروع به کاهش کند؟

۱) $-i$ ۲) $-j$ ۳) موارد ۱ و ۲ ۴) هیچ‌کدام

۵۱- اگر Log شاخه اصلی لگاریتم باشد مکمل (complement) دامنه‌ی تعریف تابع $\mathrm{Log}\left(\frac{۱}{۱-z^۲}\right)$ کدام است؟

۱) $\{z : \mathrm{Re}\, z = ۰,\ |\mathrm{Im}\, z| \le ۱\}$

۲) $\{z : \mathrm{Im}\, z = ۰,\ |\mathrm{Re}\, z| \ge ۱\}$

۳) $\{z : \mathrm{Re}\, z = ۰,\ |\mathrm{Im}\, z| \ge ۱\}$

۴) $\{z : \mathrm{Im}\, z = ۰,\ |\mathrm{Re}\, z| \le ۱\}$

۵۲- فرض کنید f تابعی تام باشد که به مقدار آن بر روی محور اعداد موهومی، موهومی محض ا ست. کدام گزینه درست است؟

۱) $f(\overline{z}) = -\overline{f(z)}$

۲) $\overline{f(z)} = f(\overline{z})$

۳) $f(\overline{z}) = i\overline{f(z)}$

۴) $\overline{f(z)} = -f(-\overline{z})$

۵۳- تبدیل خطی ـ کسری $w = f(z) = \frac{iz}{z-۱}$ نیم‌صفحه $\mathrm{Im}\, z \ge ۰$ را به چه ناحیه‌ای تصویر می‌کند؟

۱) نیم صفحه‌ی $\mathrm{Im}(w) \ge ۰$

۲) نیم صفحه‌ی $\mathrm{Im}(w) \le ۰$

۳) نیم صفحه‌ی $\mathrm{Re}(w) \le ۰$

۴) نیم صفحه‌ی $\mathrm{Re}(w) \ge ۰$

۵۴- فرض کنیم f یک تابع تام غیر ثابت باشد. در این صورت $f(\mathbb{C})$:

۱) بسته است ولی با $\mathbb{C}$ برابر نیست.

۲) برابر $\mathbb{C}$ است.

۳) حاوی قرص واحد $D(۰,۱)$ است.

۴) در $\mathbb{C}$ چگال است.

۵۵- فرض کنید f یک تابع تام باشد و $A = \{z \in \mathbb{C} : f(z+w) = f(w), w \in \mathbb{C}$ { برای هر .کدام گزینه درست است؟

۱) A لزوماً مجموعه‌ای بسته نیست.

۲) ممکن است A ناشمارا باشد اما f تابع ثابت نباشد.

۳) اگر مجموعه A دارای نقطه حدی در $\mathbb{C}$ باشد آن‌گاه f تابع ثابت است.

۴) اگر مجموعه A نامتناهی باشد آن‌گاه f تابع ثابت است.

۵۶- فرض کنید تابع f بر صفحه مختلط مشتق‌پذیر باشد، $f(۰) = ۱$ و بـه ازای هـر z داشـته باشـیم $|f(z)| \le |e^{-z}|$. در ایـن صورت مقدرا انتگرال $\oint_{|z|=۱} \frac{f(z)}{z^۲}\,dz$ کدام است؟

۱) $۴\pi i$

۲) $-۲\pi i$

۳) $۲\pi i$

۴) $-۴\pi i$

۵۷- اگر C نیم‌دایره $z = e^{i\theta}$ ، $0 \le \theta \le \pi$ و Log z شاخه اصلی باشد مقدار انتگرال $\int_C e^{iLog\,z} dz$ کدام است؟

۱) $-\frac{(1-i)(1+e^{-\pi})}{2}$

۲) $-\frac{(1+i)(1-e^{-\pi})}{2}$

۳) $-\frac{(1+i)(1+e^{-\pi})}{2}$

۴) $\frac{(1-i)(1-e^{-\pi})}{2}$

۵۸- سری لوران تابع $f(z) = \frac{-2z}{(z-i)(z-3i)}$ در طوقه $1 < |z| < 3$ عبارت است از:

۱) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{z^{n+1}} - i\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{(3i)^n}$

۲) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{z^{n+1}} - i\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(3i)^n}$

۳) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{z^{n+1}} - i\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{(3i)^n}$

۴) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{z^{n+1}} - i\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(3i)^n}$

۵۹- مانده‌ی تابع $f(z) = \frac{e^{-z}-1}{\sinh z - \sin z}$ در $z = 0$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$

۲) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $-\frac{3}{2}$

۶۰- اگر $n > 1$ یک عدد طبیعی باشد چه تعداد از ریشه‌های معادله $4z^n + z^2 + z - 1 = 0$ خارج قرص واحد واقع می‌شوند؟

۱) یک

۲) n

۳) صفر

۴) $1 + [\frac{n}{2}]$ (که در آن [ ] نشان دهنده جزء صحیح است.)

۶۱- فرض کنید $X=\left\{1,\frac{1}{2},...,\frac{1}{n},...\right\}$ و متریک اقلیدسی را برای آن در نظر گیرید. به علاوه فرض کنید (Y,d) فضای متریک گسسته باشد، در این صورت:

۱) فضای (Y,d) کامل نیست.

۲) فضای X با متریک اقلیدسی کامل است.

۳) هر زیر مجموعه X و هر زیر مجموعه Y با متریک‌های مربوطه باز است.

۴) هر زیرمجموعه (Y,d) باز است ولی زیرمجموعه‌ای از X یافت می‌شود که باز نیست.

۶۲- فرض کنید (X,d) یک فضای متریک و K زیرمجموعه‌ای ناتهی از X و $\overline{K}$ بستار K باشد. کدام گزینه درست است؟ (مجموعه‌ای کامل است که تمام نقاطش حدی باشند و تمام نقاط حدی خود را شامل باشد).

۱) اگر K بسته و شمارا باشد، آنگاه حتماً نقطه تنها دارد.

۲) اگر K همبند و نامتناهی باشد، آنگاه $\overline{K}$ کامل است.

۳) اگر K کامل باشد، آنگاه K همبند است.

۴) اگر K کامل باشد، آنگاه K ناشمارا است.

۶۳- اگر A و B در فضای اقلیدسی $\mathbb{R}$ ناتهی باشند، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

۱) اگر A و B بسته باشند آنگاه $A+B$ نیز بسته است.

۲) اگر A باز و B در $\mathbb{R}$ چگال باشد، آنگاه $A+B=\mathbb{R}$.

۳) اگر A و B باز باشند آنگاه $A+B$ نیز باز است.

۴) اگر A و B فشرده باشند آنگاه $A+B$ نیز فشرده است.

۶۴- فرض کنید سری $\sum_{1}^{\infty} a_n$ همگرا و مقدار آن A باشد. اگر $b_n=\frac{a_1+2a_2+...+na_n}{n(n+1)}$، آنگاه سری $\sum_{1}^{\infty} b_n$:

۱) همگراست ولی مقدارش برابر A نیست.

۲) همگراست و مقدارش برابر A است.

۳) واگراست.

۴) فقط در صورتی همگراست که $\lim_{n\to\infty} na_n = 0$.

۶۵- کدام گزینه در مورد سری $1-\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2})+\frac{1}{3}(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})-\frac{1}{4}(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+\cdots$ درست است؟

۱) شرط لازم همگرایی را ندارد.

۲) سری همگرای مطلق است.

۳) سری همگرای مشروط است، ولی همگرای مطلق نیست.

۴) سری واگراست.

۶۶- مجموعه حدود زیر دنباله‌ای دنباله‌ی $\left\{\frac{n}{e}-\left[\frac{n}{e}\right]\right\}_{n=1}^{\infty}$ کدام است؟ ($[x]$ جزء صحیح x است).

۱) $[0,1[$

۲) مجموعهٔ تهی

۳) $(0,1)$

۴) $\{0\}$

۶۷- اگر M و M' دو فضای متریک باشند. کدام یک از موارد زیر درست نیست؟
($\text{int}A$ درون مجموعه A و $\overline{A}$ بستار A است).

۱) برای تابع $f:M\to M'$ اگر برای هر $B\subseteq M'$، $f^{-1}(\text{int}B)\subseteq \text{int}f^{-1}(B)$، آنگاه f پیوسته است.

۲) اگر f روی هر زیر مجموعه فشرده از M پیوسته باشد، آنگاه f روی M پیوسته است.

۳) برای $A\subseteq M$ اگر $f:A\to M'$ پیوسته و یک به یک باشد، آنگاه f^{-1} نیز پیوسته است.

۴) اگر برای هر $A\subseteq M$ داشته باشیم $f(\overline{A})\subseteq \overline{f(A)}$، آنگاه f روی M پیوسته است.

۶۸- بزرگ‌ترین زیرمجموعه $\{f\mid f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\}$ که خاصیت کوشی بودن یک دنباله تحت توابع موجود در آن حفظ می‌شود، کدام است؟

۱) مجموعه توابعی که ناپیوستگی نوع دوم ندارند.

۲) مجموعه توابع پیوسته یکنواخت

۳) مجموعه توابع مشتق‌پذیر با مشتق کراندار

۴) مجموعه توابع پیوسته

۶۹- فرض کنید $f:(X,d)\to(Y,d')$ نگاشتی بین فضاهای متریک باشد. کدام گزینه درست نیست؟

۱) اگر X فشرده و f تابعی دوسویی و پیوسته باشد، آنگاه f نگاشتی باز است.

۲) اگر f پیوسته باشد و $K\subseteq Y$ بسته باشد، آنگاه $f^{-1}(K)$ بسته است.

۳) اگر f پیوسته باشد و $K\subseteq Y$ فشرده باشد، آنگاه $f^{-1}(K)$ فشرده است.

۴) اگر f پیوسته باشد و $V\subseteq Y$ باز باشد، آنگاه $f^{-1}(V)$ باز است.

۷۰- فرض کنید تابع $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ $(-\infty\le a<b\le+\infty)$ مشتق‌پذیر باشد و $F=\{f'(t):a<t<b\}$ و $E=\left\{\frac{f(x)-f(y)}{x-y}:a<x<y<b\right\}$. کدام گزینه صحیح است؟ ($\overline{E}$ بستار مجموعه E است).

۱) $\overline{F}\subsetneq\overline{E}$

۲) $\overline{E}=\overline{F}$

۳) $\overline{E}\subsetneq\overline{F}$

۴) $E=F$

۷۱- به ازای $x \in [0,1]$، $g(x) = (x-1)f(x) + 3 - x^2$. اگر g بر $[0,1]$ با تغییر کراندار باشد و $V_g[0,1] = 0$ (تغییر کل g بر $[0,1]$) آنگاه ضابطه تابع f بر $(0,1]$ کدام است؟

۱) $f(x) = -x - 1$

۲) $f(x) = -x + 1$

۳) $f(x) = x + 1$

۴) $f(x) = x - 1$

۷۲- فرض کنید تابع f روی فاصله $[a,b]$ با تغییر کراندار و دارای تابع اولیه F باشد. کدام گزاره در مورد تابع f درست است؟

۱) مجموعه نقاط ناپیوستگی f می‌تواند ناشمارا باشد.

۲) f در تمام نقاط $[a,b]$ پیوسته است.

۳) مجموعه نقاط ناپیوستگی f می‌تواند یک مجموعه غیر تهی حداکثر شمارا باشد.

۴) f در هر نقطه $x \in (a,b)$ دارای حد چپ و راست است اما در مورد پیوستگی آن نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد.

۷۳- تابع $f : [0,1] \to [-1,1]$ با ضابطهٔ ذیل تعریف می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ \dfrac{(-1)^n}{n} & x = \dfrac{1}{n},\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

و در سایر نقاط بازهٔ $[0,1]$ نمودار f قطعه خط واصل بین نقاط $(\frac{1}{n}, f(\frac{1}{n}))$ و $(\frac{1}{n+1}, f(\frac{1}{n+1}))$ برای $n \geq 1$ است. در این صورت f تابعی:

۱) پیوسته است و در شرط لیپشیتس مرتبهٔ اول صدق می‌کند.

۲) پیوسته نیست.

۳) پیوسته و با تغییر کراندار است.

۴) پیوسته است ولی مطلقاً پیوسته نیست.

۷۴- مقدار $\int_{\frac{1}{2}}^{3} [x]\, d(1 - [\frac{1}{x}])$ کدام است؟ ($[x]$ جزء صحیح x است).

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) $\frac{5}{2}$

۷۵- فرض کنید $\{a_n\}$ دنباله‌ای در اعداد حقیقی باشد و $A=\{x_1,x_2,...\}$ زیرمجموعه $[0,1]$ باشد. تابع f را بر $[0,1]$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$f(x)=\begin{cases}1 & x\notin A\\ 1-a_n & x=x_n\in A\end{cases}$$

در این صورت:

۱) f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر ریمان است، اگر $\{a_n\}$ همگرا به صفر باشد.
۲) f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر ریمان است، اگر و تنها اگر A متناهی باشد.
۳) f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر ریمان است، اگر و تنها اگر $a_n=x_n$ برای هر $n\in\mathbb{N}$.
۴) f بر $[0,1]$ انتگرال‌پذیر ریمان است، تنها اگر $\{a_n\}$، به جز احتمالاً در تعداد متناهی از جمله‌های آن، صفر باشد.

۷۶- فرض کنید $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$ دنباله‌ای از توابع باشد و هریک از توابع f_n تابعی یکنوا باشد و $f_n\xrightarrow{\text{نقطه‌وار}}f$. این همگرایی وقتی یکنواخت است که:

۱) همهٔ f_nها پیوسته باشند.
۲) دنباله $\{f_n\}$ نزولی باشد.
۳) f تابع ثابت نباشد.
۴) f تابع ثابت باشد.

۷۷- تابع پیوسته $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ را در نظر بگیرید. برای هر $n\in\mathbb{N}$ تابع f_n را با ضابطه $f_n(x)=f(x+\frac{1}{n})$ تعریف کنید. کدام گزینه درست نیست؟

۱) دنبالهٔ $\{f_n\}$ به f به طور یکنواخت همگراست.
۲) اگر $\lim_{x\to\infty}f(x)$ موجود و متناهی باشد، آنگاه همگرای f_n به f یکنواخت است.
۳) اگر f پیوسته یکنواخت باشد، آنگاه همگرایی $\{f_n\}$ به f یکنواخت است.
۴) دنبالهٔ $\{f_n\}$ به f به طور نقطه‌وار همگراست، اما لزوماً همگرای یکنواخت نیست.

۷۸- در مورد دنباله توابع

$$f_n(x)=\begin{cases}n & x\geq n\\ x & n>x\end{cases}\quad(n\in\mathbb{N}\,,\,x\in\mathbb{R})$$

کدام گزینه درست نیست؟

۱) به ازای هر n، تابع f_n در شرط لیپشیتس صدق می‌کند.
۲) به طور یکنواخت همگرا نیست.
۳) به طور یکنواخت کراندار نیست.
۴) هم پیوسته نیست.

۷۹- بازهٔ همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^x-1)^{n^2-n}}{\sqrt{n}+\ln n}$ کدام است؟

۱) $(-\ln 2, \ln 2)$

۲) $(-1,1)$

۳) $(-\infty, \ln 2)$

۴) $\mathbb{R}$

۸۰- فرض کنید برای هر $x \in (-1,1)$، داشته باشیم $f(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$. در این صورت:

۱) اگر $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ موجود و برابر $f(1)$ است.

۲) اگر $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ موجود باشد، $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ واگراست.

۳) اگر $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ نیز همگراست.

۴) اگر $\lim_{x \to 1^-} f(x)$ موجود باشد، $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ همگراست.

جبر ۱

۸۱- فرض کنید G یک گروه و $x,y \in G$. در این صورت مرتبهٔ xy با کدام‌یک از اعداد زیر مساوی است؟

۱) $o(yx)$

۲) $o(x)o(y)$

۳) کوچکترین مضرب مشترک $o(x)$ و $o(y)$

۴) $\frac{o(x)o(y)}{(o(x),o(y))}$

۸۲- فرض کنید G یک گروه است و $x,y,z \in G$. اگر H زیر گروه G تولید شده توسط عناصر xy و xz باشد، آنگاه کدام‌یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه مولد برای H است؟

۱) $\{x,y,z\}$

۲) $\{xy, x^{-1}z\}$

۳) $\{xz, yz\}$

۴) $\{xy, z^{-1}y\}$

۸۳- فرض کنید G یک گروه متناهی بوده به طوری که $Z(G)=1$. در این صورت اگر عدد طبیعی m طوری باشد که G فقط یک عضو منحصر به فرد از مرتبهٔ m داشته باشد آنگاه:

۱) $m=1$

۲) m عددی اول است.

۳) $m=2p^n$ که p عددی اول است.

۴) $m=pq$ که در آن p و q اعداد اول متمایزند.

۸۴- کدام یک از زیر گروه‌های گروه متقارن روی مجموعه‌ای شامل $\{1,2,3\}$ با بقیه یکریخت نیست؟

۱) $<(12),(13)>$

۲) $<(12),(23),(31)>$

۳) $<(123),(132)>$

۴) $<(12),(123)>$

۸۵- فرض کنید G یک گروه دوری از مرتبهٔ p^n باشد که در آن p عدد اول است. در این صورت تعداد زیر گروه‌های G برابر است با:

۱) $p+1$

۲) $n+1$

۳) p^2+1

۴) n^2+1

۸۶- فرض کنید R حلقه‌ای جابه‌جایی و یکدار است و P_1 , P_2 دو ایده‌آل از حلقهٔ R باشند به طوری که $P_1 \cap P_2$ اول باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) $P_1 \cap P_2 = \{0\}$

۲) P_1 و P_2 ماکسیمال هستند.

۳) $P_1 \subseteq P_2$ یا $P_2 \subseteq P_1$

۴) حداقل یکی از P_1 و P_2 برابر $\{0\}$ است.

۸۷- از بین گروه‌های آبلی G از مرتبهٔ ۱۶ چند گروه در این شرط صدق می‌کنند که:

$$\forall g \in G \quad ; \quad g+g+g+g=0$$

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۸۸- فرض کنید R یک حلقه یکدار و S یک حلقه دلخواه و $f : R \to S$ یک همریختی حلقه‌ای باشد به طوری که $f(1) \neq 0$، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) اگر S حلقه تقسیم باشد آنگاه $f(1) = 1$

۲) اگر S بدون مقسوم علیه صفر باشد آنگاه S نیز یکدار است و $f(1) = 1$

۳) اگر f یک به یک باشد، آنگاه S نیز یکدار است و $f(1) = 1$

۴) اگر f پوشا باشد، آنگاه S نیز یکدار است و $f(1) = 1$

۸۹- فرض کنید $R \neq \{0\}$ حلقه‌ای جابه‌جایی و یکدار باشد به طوری که هر عضو آن یا وارون‌پذیر یا پوچتوان است. کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) R ایده‌آل ماکزیمال منحصر به فرد دارد.

۲) R ایده‌آل اول منحصر به فرد دارد.

۳) مشخصه R یا صفر است یا عدد اول است.

۴) مجموعه عناصری از R که وارون‌پذیر نیستند تشکیل آیده‌آلی از R می‌دهند.

۹۰- فرض کنید G گروه دوری مرتبهٔ ۱۶ باشد در این صورت گروه خودریختی‌های G یعنی $\mathrm{Aut}(G)$ با کدام‌یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

۱) $\mathbb{Z}_8$

۲) $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_4$

۳) $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$

۴) $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_4$

جبر خطی

۹۱- پایه مرتب $\{1, x(1-x), x(1+x)\}$ را برای فضای برداری چند جمله‌ای‌های از درجهٔ حداکثر ۲ روی اعداد حقیقی در نظر می‌گیریم. مختصات $1+x+x^2$ نسبت به این پایه چیست؟

۱) $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

۲) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

۳) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

۴) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

۹۲- فرض کنید $\alpha = \{v_1, v_2\}$ و $\beta = \{w_1, w_2\}$ پایه‌های مرتبی برای فضای برداری R^2 باشند. اگر $v_1 = 2w_1 + w_2$ و $v_2 = w_1 + 2w_2$ آنگاه ماتریس تعویض پایه از α به β کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

۲) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

۴) $\frac{1}{3}\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

۹۳- فرض کنید $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ و P یک ماتریس وارون‌پذیر 2×2 است و $A = PDP^{-1}$ در این صورت ماتریس $5I - 3A + A^2$ با کدام ماتریس مشابه است؟

۱) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -33 \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 33 \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -33 \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} 3 & 30 \\ 0 & 33 \end{bmatrix}$

۹۴- فرض کنید A یک ماتریس $n \times n$ با درایه‌های حقیقی باشد، به طوری که $A = A^{-1}$ در این صورت :
(ماتریس B را خودتوان گوییم هرگاه $B^2 = B$)

۱) $\frac{1}{2}(I - A)$ خودتوان است.

۲) $I - A$ خودتوان است.

۳) $2I - A$ خودتوان است.

۴) $I + A$ خودتوان است.

۹۵- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ و چند جمله‌ای $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5$ مفروضند. در این صورت مقادیر ویژه $f(A)$ عبارتند از:

۱) ۲۵ و ۷۵

۲) ۱۵- و ۳۵

۳) ۲ و ۵-

۴) ۲۵ و ۴۵-

۹۶- اگر $A \in M_{۱۰}(\mathbb{C})$ و $\det A < ۰$ و $AA^T = I$ در مورد $\det(A+I)$ چه می‌توان گفت؟

۱) برابر -۱ است.

۲) برابر ۰ است.

۳) بزرگتر از ۱ است.

۴) برابر ۱ است.

۹۷- فرض کنید $A \in M_n(R)$ که $n \geq ۲$، شرط لازم و کافی برای آنکه برای هر $B \in M_n(R)$ داشته باشیم $tr(AB) = tr(A)tr(B)$ آن است که:

۱) $tr(A) = ۰$

۲) $tr(A^۲) = ۰$

۳) $A = ۰$

۴) A پوچتوان باشد.

۹۸- فرض کنید $A \in M_{۵\times۶}(R)$ و $B \in M_{۶\times۵}(R)$ و $(AB)^{۱۰۰} = ۰$. در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) $(AB)^۴ = ۰$

۲) $(BA)^۶ = ۰$

۳) $\det(BA) = ۰$

۴) $tr(AB) = ۰$

۹۹- فرض کنید برای $A \in M_n(R)$، ماتریس e^A به صورت زیر تعریف شود: $e^A = \sum_{n=۰}^{\infty} \frac{A^n}{n!}$. در این صورت کدام گزینه صحیح نمی‌باشد؟

۱) $\det e^A = e^{trA}$

۲) اگر A مثلثی باشد با مقادیر ویژه λ_i که $۱ \leq i \leq n$ مقادیر ویژه e^A به صورت $e^{\lambda i}$ است که $۱ \leq i \leq n$.

۳) برای ماتریس همانی I داریم $e^I = eI$

۴) $e^{A+B} = e^A e^B$ برای هر $A, B \in M_n(R)$

۱۰۰- فرض کنید $f(x) = \det \begin{bmatrix} x^۳ & x^۲ & x & ۱ \\ ۲۷ & ۹ & ۳ & ۱ \\ ۸ & ۴ & ۲ & ۱ \\ ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \end{bmatrix}$، کدام یک از گزینه‌های زیر برابر $f(x)$ است؟

۱) $-۲(x-۱)(x-\sqrt{۲})(x-\sqrt{۳})$

۲) $۲(x-۱)(x-\sqrt{۲})(x-\sqrt{۳})$

۳) $-۲(x-۱)(x-۲)(x-۳)$

۴) $۲(x-۱)(x-۲)(x-۳)$

۱۰۱- قضیه وجود و یکتایی، جواب معادله با شرط اولیه $y(-1)=1$، $ty'+\sqrt{t+4}\,y=\frac{1}{t-5}$ را در کدام بازه تضمین می‌کند؟

۱) $(-4,5)$

۲) $(-4,0)$

۳) $(-\infty,0)$

۴) $(-\infty,\infty)$

۱۰۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2y''+xy'+(x^4-1)y=0$ به ازای $x>0$ کدام است؟

۱) $C_1J_{1/2}(x)+C_2J_{-1/2}(x)$

۲) $C_1J_1(x^2)+C_2J_{-1}(x^2)$

۳) $C_1J_{1/2}(x^2/2)+C_2J_{-1/2}(x^2/2)$

۴) $C_1J_{1/2}(x/2)+C_2J_{-1/2}(x/2)$

۱۰۳- رنسکین هر دو جواب از معادله $xy''-(1+x)y'+(\sin x)y=0$ برای $x>0$ عبارت است از:

۱) cxe^x

۲) $\frac{c}{x}e^x$

۳) cxe^{-x}

۴) $\frac{c}{x}e^{-x}$

۱۰۴- یک انتگرال خصوصی (y_p یا Y) برای معادله $y''+2y'+y=f(t)$ کدام است؟

۱) $y_p=\int_0^t \lambda e^{-\lambda} f(t-\lambda)d\lambda$

۲) $y_p=\int_0^t e^{-\lambda} f(t-\lambda)d\lambda$

۳) $y_p=\int_0^t \lambda f(t-\lambda)d\lambda$

۴) $y_p=\int_0^t \lambda^2 e^{+\lambda} f(t-\lambda)d\lambda$

۱۰۵- دامنه جواب مسأله مقدار اولیه: $y(-1)=1$، $\frac{dy}{dx}=\frac{2-x}{y}$ کدام است؟

۱) $(-\infty, 2+\sqrt{10})$

۲) $\mathbb{R}$

۳) $(-\infty, 0)$

۴) $(2-\sqrt{10}, 2+\sqrt{10})$

۱۰۶- توابع ویژه غیر صفر مسأله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$x^2y''+xy'+\lambda^2y=0 \quad , \quad 1<x<2$$
$$y(1)=y(2)=0$$

۱) $y_n=e^{\frac{x}{2}}\sin(\frac{n\pi}{\ln 2}\ln x)$

۲) $y_n=e^{\frac{x}{2}}\cos(\frac{n\pi}{\ln 2}\ln x)$

۳) $y_n=\sin(\frac{n\pi}{\ln 2}\ln x)$

۴) $y_n=\cos(\frac{n\pi}{\ln 2}\ln x)$

۱۰۷- انتگرال $\int xJ_0(x)dx$ که در آن $J_0(x)$ تابع بِسل از مرتبه صفر می‌باشد، کدام است؟

۱) $x^2J_1(x)+C$

۲) $x^{-1}J_1(x)+C$

۳) $xJ_2(x)+C$

۴) $xJ_1(x)+C$

۱۰۸- مسیرهای متعامد دوایر $x^2+(y-c)^2=c^2$ عبارتست از:

۱) $y^2-x^2-kx=1$

۲) $y^2-x^2+kx=0$

۳) $y^2+x^2-kx=0$

۴) $y^2+x^2+kx=1$

۱۰۹- مسأله مقدار اولیه $y' + \frac{۲}{۳}y = ۱ - \frac{x}{۲}$ ، $y(۰) = y_۰$، داده شده است. نمودار جواب به ازای چه مقداری از $y_۰$ بر محور xها مماس است؟

۱) $\frac{۲۱}{۸} + \frac{۹}{۸}e^{۴/۳}$

۲) $\frac{۲۱}{۸} - \frac{۹}{۸}e^{۴/۳}$

۳) $\frac{۳}{۴} - \frac{۴}{۳}e^{۴/۳}$

۴) $\frac{۳}{۴} + \frac{۴}{۳}e^{۴/۳}$

۱۱۰- جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه اول $y' = -\frac{y(e^{xy} + y)}{x(e^{xy} + ۲y)}$ عبارت است از:

۱) $e^{-xy} + xy^۲ = c$

۲) $e^{xy} + xy^۲ = c$

۳) $e^{-xy} - xy^۲ = c$

۴) $e^{xy} - xy^۲ = c$

۱۱۱- یک دستگاه خطی را در نظر بگیرید که عدد حالت ماتریس ضرایب آن برابر 10^{10} است. فرض کنید که این دستگاه را در یک دستگاه ممیز شناور با ۱۰ رقم دقت در مبنای ۱۰ با روش حذفی گوس و محور گزینی سطری حل می‌کنیم. در این صورت، تعداد رقم‌های درست (قابل اعتماد) در جواب محاسبه شده، دست کم برابر است با:

۱) یک

۲) صفر

۳) نه

۴) ده

۱۱۲- محاسبه $W = \frac{1-\sin x}{\cos(x-\frac{\pi}{2})}$ به ازای مقادیر x نزدیک $\frac{\pi}{2}$ ناپایدار است. کدام گزینه برای محاسبه W در نزدیکی $\frac{\pi}{2}$ صحیح است؟

۱) $\frac{\cos^2 x}{(1+\sin x)\cos(x-\frac{\pi}{2})}$

۲) $\frac{\cos x}{1+\sin x}$

۳) $\frac{\cos^2 x}{1+\sin x}$

۴) $\frac{\cos^2 x}{\cos(x-\frac{\pi}{2})}$

۱۱۳- اگر دنباله حاصل از روش تکراری نقطه ثابت $x_{n+1} = g(x_n)$ همگرا به α، دارای مرتبه همگرایی ۲ باشد، آنگاه دنباله تکراری $x_{n+1} = g(g(x_n))$ همگرا به α، دارای مرتبه همگرایی چند است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۴- رابطه‌ی تکراری $x_{n+1} = \frac{2x_n^3+1}{2x_n^2+1}$ برای تخمین ریشه‌ی $x^3+x-1=0$ در بازه‌ی $[0, 1]$، در صورت همگرایی، مرتبه همگرایی دست کم ..... دارد.

۱) زبرخطی

۲) خطی

۳) مرتبه‌ی دوم

۴) مرتبه‌ی سوم

۱۱۵- تخمین $\log_e^x$ در بازه‌ی [۳ , ۲] با قطعه‌های خطی درونیاب مدنظر است به طوری که، کران بالای خطای درونیابی در سرتاسر بازه بیش از ۲×۱۰^{-۶} نباشد. کم‌ترین تعداد زیر بازه‌های مساوی مورد نیاز چند است؟

۱) ۶۳

۲) ۱۲۵

۳) ۱۳۳

۴) ۲۵۰

۱۱۶- تابع جدولی و انتگرال‌پذیر f به صورت زیر داده شده است:

x_i	۰	۰/۵	۱	۲	۳
f_i	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳

تقریبی از $\int_۰^۳ f(x)dx$ به قاعده سیمسون مرکب برابر است با:

۱) ۷/۵

۲) ۶/۵

۳) ۸/۵

۴) ۱۰/۵

۱۱۷- قاعده انتگرال‌گیری تقریبی زیر داده شده است:

$$\int_۰^h f(x)dx = \frac{h}{۲}[f(۰)+f(h)]+\frac{h^۲}{۱۲}[f'(۰)-f'(h)]$$

این قاعده برای چندجمله‌ای‌های تا درجه ..... دقیق است.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۱۸- $P(x)$ چند جمله‌ای از درجهٔ حداکثر n است که تابع $f(x)=e^x$ را در $n+۱$ نقطهٔ متمایز در بازهٔ $[-۱,۱]$ درونیابی می‌کند. هرگاه یکی از نقاط درونیابی $x=۰$ باشد کران بالای خطا عبارتست از:

۱) $\frac{۲^{n-۱}}{(n+۲)!}e$

۲) $\frac{۲^{n-۱}}{(n+۱)!}e$

۳) $\frac{۲^{n}}{(n+۱)!}e$

۴) $\frac{۲^{n}}{(n+۲)!}e$

۱۱۹- اگر قرار دهیم $f'(x) \simeq w_0 f(0) + w_1 f(h) + w_2 f(2h)$، و بخواهیم این تقریب در نقطه $x = h$ برای همه‌ی چند جمله‌ای‌های با درجه حداکثر ۲ دقیق باشد، ضرایب w_0، w_1 و w_2 کدامند؟

۱) $w_0 = 0 \ , \ w_1 = \frac{-1}{2h} \ , \ w_2 = \frac{1}{2h}$

۲) $w_0 = \frac{1}{h} \ , \ w_1 = \frac{-1}{2h} \ , \ w_2 = \frac{1}{h}$

۳) $w_0 = \frac{-1}{2h} \ , \ w_1 = \frac{1}{h} \ , \ w_2 = \frac{1}{h}$

۴) $w_0 = \frac{-1}{2h} \ , \ w_1 = 0 \ , \ w_2 = \frac{1}{2h}$

۱۲۰- روش سری تیلر مرتبه ۳ (تا مشتق سوم y) را برای حل عددی معادله‌ی دیفرانسیل $y'(x) = x^2 y^2 + y$ با شرط اولیه $y(0) = 1$ به کار بندید. مقدار y_1، تخمین $y(0/1)$ به ازای $h = 0/1$، برابر است با:

۱) ۱/۰۱۵۵

۲) ۱/۰۰۵۵

۳) ۱/۱۰۵۵

۴) ۱/۱۵۵

آمار و احتمال

۱۲۱- فرض کنید A و B پیشامدهای مستقل با شرط $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = 2P(B) - P(A)$ باشند. مقدار $P(B^C \mid A)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{3}{4}$

۱۲۲- X دارای توزیع پواسن با واریانس یک است. مقدار $P(X^3 = X)$ کدام است؟

۱) $2e^{-1}$

۲) e^{-2}

۳) $2e^{\frac{1}{2}}$

۴) $\frac{e^2}{3!}$

۱۲۳- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $P[X=n]=\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ باشد. مقدار $E(X)$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^2}{3}$

۲) $\frac{\pi^2}{2}$

۳) $\frac{\pi^2}{4}$

۴) $\frac{\pi^2}{6}$

۱۲۴- اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل هندسی با توابع احتمال زیر باشند. توزیع $U=\min\{X,Y\}$ کدام است؟

$$P_X(k)=pq^k \ , \ k=0,1,... \ ; \ P_Y(k)=(\frac{p}{1+p})(\frac{1}{1+p})^k \ , \ k=0,1,2,...;p+q=1$$

۱) $Ge\left(\frac{p}{1+p}\right)$

۲) $Ge\left(\frac{q}{1+q}\right)$

۳) $Ge\left(\frac{p}{1+q}\right)$

۴) $Ge\left(\frac{q}{1+p}\right)$

۱۲۵- اگر X یک متغیر تصادفی با تابع احتمال $P[X=k]=pq^{k-1} \ , \ k=1,2,...$ باشد، در مورد $P[X\le\frac{2}{p}]$ کدام گزینه درست است؟ $(p+q=1)$

۱) $p[X\le\frac{2}{p}]<p$

۲) $p[X\le\frac{2}{p}]\ge p$

۳) $p[X\le\frac{2}{p}]\ge q$

۴) $p[X\le\frac{2}{p}]<q$

۱۲۶- فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی احتمال توأم زیر باشند. مقدار $P(X+Y<1)$ کدام است؟

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y & ,\circ<x<1\ ,\circ<y<1\\ \circ & \text{سایر نقاط}\end{cases}$$

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{5}$

۳) $\frac{3}{5}$

۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۷- اگر X و Y روی و داخل ذوذنقه‌ای با رئوس $(\circ,\circ)$،$(\circ,\circ)$،$(2,\circ)$،$(\circ,2)$ و $(1,2)$ دارای چگالی توأم یکنواخت باشد، مقدار $Pr(X\le 1, Y\le 1)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{9}$

۳) $\frac{4}{9}$

۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۸- اگر $X_1, X_2, \ldots, X_{n+m}$ $(n<m)$ متغیرهای تصادفی مستقل و همتوزیع با $EX_i=\mu<\infty$ و $V(X_i)=\sigma^2<\infty$ باشند، ضریب همبستگی بین $U=\sum_{i=1}^{n}X_i$ و $V=\sum_{i=m+1}^{n+m}X_i$ کدام است؟

۱) $\frac{m}{n}$

۲) $1-\frac{m}{n}$

۳) $\frac{n}{m+n}$

۴) $\frac{m}{n+m}$

۱۲۹- اگر $X_n , \dots , X_2 , X_1$ یک نمونه تصادفی از توزیعی باتابع احتمال $P[X = k] = pq^k , k = 0,1,2,\dots$ و $Y = (-1)^X$ باشد، آنگاه برآورد گشتاوری $P[Y = +1]$ کدام است؟ $(p + q = 1)$

۱) $\frac{1}{1+\overline{X}}$

۲) $\frac{1}{2\overline{X}+1}$

۳) $\frac{1+\overline{X}}{2\overline{X}+1}$

۴) $\frac{\overline{X}}{1+\overline{X}}$

۱۳۰- فرض کنید $X \sim Bin(4,p)$. علاقمند به آزمون فرض $H_0 : p = \frac{1}{3}$ در مقابل فرض $H_1 : p = \frac{1}{5}$ هستیم. اگر ۱ یا ۰ $= X$ ملاک رد فرض H_0 باشد. توان آزمون کدام است؟

۱) $2(\frac{4}{5})^3$

۲) $2(\frac{4}{5})^4$

۳) $3(\frac{4}{5})^4$

۴) $4(\frac{4}{5})^3$

مشاهده کلید سوالات آزمون کارشناسی ارشد سال 1392

کلید سوالات آزمون کارشناسی ارشد سال 1392

کد رشته امتحانی	نام رشته امتحانی	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
1208	مجموعه رياضي	D	1	علوم پایه

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	2	31	2	61	3	91	2	121	3
2	1	32	3	62	2	92	1	122	1
3	4	33	1	63	1	93	4	123	4
4	3	34	3	64	2	94	1	124	4
5	1	35	3	65	3	95	4	125	2
6	3	36	2	66	1	96	2	126	1
7	4	37	2	67	3	97	3	127	1
8	2	38	2	68	4	98	1	128	2
9	3	39	1	69	3	99	4	129	3
10	1	40	4	70	2	100	4	130	2
11	1	41	4	71	3	101	2		
12	4	42	1	72	2	102	3		
13	2	43	4	73	4	103	1		
14	3	44	1	74	2	104	1		
15	1	45	4	75	1	105	4		
16	1	46	4	76	4	106	3		
17	4	47	2	77	1	107	4		
18	3	48	1	78	4	108	3		
19	2	49	2	79	3	109	2		
20	2	50	3	80	1	110	2		
21	4	51	2	81	1	111	2		
22	1	52	4	82	4	112	1		
23	3	53	4	83	1	113	4		
24	2	54	4	84	3	114	2		
25	3	55	3	85	2	115	2		
26	2	56	2	86	3	116	2		
27	3	57	1	87	2	117	3		
28	4	58	2	88	3	118	3		
29	1	59	1	89	3	119	4		
30	4	60	3	90	2	120	3		

خروج

© 2012 Sanjesh Organization

سایت سازمان سنجش آموزش کشور