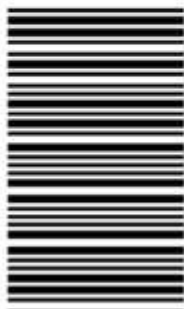


کد کنترل

669

A



669A

صبح جمعه

۹۷/۱۲/۳

دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸

رشته آمار - کد (۲۲۳۲)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۸

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}}$  کدام است؟

(۱)  $2e^2$

(۲)  $\frac{1}{2}e^2$

(۳)  $\frac{1}{2}e$

(۴)  $e^2$

۲- تابع زیر به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$ ، در نقطه  $x = b$  مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2}{2} + a & x \leq b \\ \frac{1}{x} & x > b \end{cases}$$

(۱)  $a = \frac{2}{3}$  ,  $b = \frac{1}{2}$

(۲)  $a = 1$  ,  $b = \frac{2}{3}$

(۳)  $a = \frac{1}{2}$  ,  $b = \frac{1}{2}$

(۴)  $a = \frac{3}{2}$  ,  $b = 1$

۳- اگر  $x^2 = \frac{1-y^2}{1+y^2}$ ، آنگاه  $\left(\frac{dx}{dy}\right)^2$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1-x^2}{1+y^2}$

(۲)  $\frac{1+x^2}{1-y^2}$

(۳)  $\frac{1-x^2}{1-y^2}$

(۴)  $\frac{1+x^2}{1+y^2}$

۴- فرض کنیم  $f$  بر  $[a, b]$  انتگرال پذیر باشد. تابع  $F: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  را به صورت  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  تعریف

می‌کنیم. کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $F$  پیوسته است.

(۲)  $F$  بر  $[a, b]$  کران دار است.

(۳)  $F$  بر  $[a, b]$  صعودی است.

(۴) اگر  $f$  پیوسته باشد آن‌گاه  $F$  مشتق پذیر است.

۵- مقدار  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{1 + \cos^2 x}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi^2}{8}$

(۲)  $\frac{\pi}{8}$

(۳)  $\frac{\pi^2}{4}$

(۴)  $\frac{\pi}{4}$

۶- برای هر عدد طبیعی  $n$  مقدار  $\int_0^1 (\ln x)^n dx$  کدام است؟

(۱)  $(-1)^n \frac{n(n+1)}{2}$

(۲)  $(-1)^n (2^n - n)$

(۳)  $(-1)^n n$

(۴)  $(-1)^n n!$

۷- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{i-1}{n}}$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴) وجود ندارد.

۸- مقدار  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} - \log(n) \right)$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $+\infty$

(۳)  $\frac{1}{e}$

(۴)  $e$

۹- اگر  $a > 0$ ، آنگاه مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(a+1)\dots(a+n)}}{n}$  کدام است؟

(۱)  $a$

(۲) ۱

(۳)  $\frac{1}{e}$

(۴)  $e$

۱۰- مقدار  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 2^n}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\ln \frac{2}{3}$

(۳)  $\ln \frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱- اگر  $A = \left\{ \alpha \in (0, \infty) \mid \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{\ln n} < \infty \right\}$ ، آنگاه  $A$  کدام است؟

(۱)  $(0, \frac{1}{e})$

(۲)  $(0, 1)$

(۳)  $(0, \frac{1}{\sqrt{e}})$

(۴)  $\emptyset$

۱۲- بازه همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)(x-1)^n$  کدام است؟

(۱)  $[0, 2)$

(۲)  $\left[1-\frac{1}{e}, 1+\frac{1}{e}\right)$

(۳)  $[0, 2]$

(۴)  $\left[1-\frac{1}{e}, 1+\frac{1}{e}\right]$

۱۳- مقدار  $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}} \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\ln 3}} e^{x^2} dx dy$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۴- سکه‌ای را بی‌نهایت بار پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش متناظر با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

(۱)  $Z$  (۲)  $Q$  (۳)  $[0, 1]$  (۴)  $\{0, 1, 2, \dots\}$

۱۵- از بین ۱۲ کارت شماره‌گذاری شده از ۱ تا ۱۲ تعداد ۵ کارت به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شود. احتمال اینکه میانه شماره کارت‌های انتخابی عدد ۸ باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{14}{1320}$

(۲)  $\frac{14}{99}$

(۳)  $\frac{7}{44}$

(۴)  $\frac{7}{17}$

۱۶- فرض کنید  $X \sim U(0, 1)$  و  $Y \sim U(0, 2)$  دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مقدار  $E(F_X(Y))$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۱۷- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. مقدار  $P([X] > 1)$  کدام است؟  $[X]$  نمایانگر جز

صحيح  $X$  است)  $F(x) = \frac{x}{1+x}, x > 0$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۱۸- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی گسسته باشد که امید ریاضی آن وجود دارد. مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} nP(X \geq n+1)$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴)  $\infty$

۱۹- فرض کنید  $X \sim \text{Exp}(1)$  باشد. اگر  $Y$  به صورت زیر تعریف شود، تابع چگالی احتمال  $Y$  کدام است؟

$$Y = \begin{cases} X & X \leq 1 \\ \frac{1}{X} & X > 1 \end{cases}$$

(۱)  $f_Y(y) = e^{-y}, y > 0$

(۲)  $f_Y(y) = \frac{1}{y} e^{-y} + \frac{1}{y} e^{-\frac{1}{y}}, y > 0$

(۳)  $f_Y(y) = \frac{e}{y^2} e^{-\frac{1}{y}}, 0 < y < 1$

(۴)  $f_Y(y) = e^{-y} + \frac{1}{y^2} e^{-\frac{1}{y}}, 0 < y < 1$

۲۰- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح نامنفی باشد. اگر  $G(s)$  نمایانگر تابع مولد احتمال  $X$  و

$G^{(k)}(s)$  مشتق مرتبه  $k$  - ام تابع مولد احتمال در نقطه  $s$  باشند، مقدار  $E(X^3)$  کدام است؟

(۱)  $G^{(3)}(1) - 3G^{(2)}(1) + G^{(1)}(1)$

(۲)  $G^{(3)}(1) + 3G^{(2)}(1) - G^{(1)}(1)$

(۳)  $G^{(3)}(1) + 2G^{(2)}(1) + 3G^{(1)}(1)$

(۴)  $G^{(3)}(1) + 3G^{(2)}(1) + G^{(1)}(1)$

۲۱- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی گسسته با مقادیر ممکن صحیح نامنفی و تابع مولد احتمال توأم  $g(t_1, t_2) = \exp[\lambda(t_1 - 1) + \lambda(t_2 - 1) + \lambda(t_1 t_2 - 1)]$  باشند. مقدار  $P[X + Y \neq 1]$  کدام است؟

(۱)  $1 - 9e^{-5}$

(۲)  $5e^{-9}$

(۳)  $1 - 5e^{-9}$

(۴)  $9e^{-5}$

۲۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  و  $Y_1, \dots, Y_n$  دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع برنولی با پارامتر  $p = \frac{1}{3}$  باشند. اگر

مقدار  $E\left[\left(\sum_{i=1}^n Z_i\right)^2\right]$  کدام است؟  $Z_i = X_i - Y_i, i = 1, \dots, n$

(۱)  $n$

(۲)  $\frac{n}{2}$

(۳)  $\frac{n^2}{2}$

(۴)  $\frac{n^2}{4}$

۲۳- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. همچنین فرض کنید  $Y$  یک متغیر تصادفی دو مقداری با تابع احتمال شرطی  $P[Y = 2 | X = x] = x, P[Y = 0 | X = x] = 1 - x$  باشد. اگر  $Y_1, \dots, Y_n$  یک نمونه

تصادفی از  $Y$  باشد، مقدار  $P\left[\sum_{i=1}^n Y_i = 2n\right]$  کدام است؟

$F(x) = x^\theta, 0 < x < 1, \theta > 1$

(۱)  $\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^n$

(۲)  $\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^n$

(۳)  $\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^{2n}$

(۴)  $\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^{2n}$

۲۴- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع توزیع زیر باشد. توزیع حدی  $Y_n = X_{(1)}^n$  کدام است؟  $(X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n))$

$$F_X(x) = 1 - \frac{1}{x}, 1 \leq x < \infty$$

$$F_Y(y) = 1 - \frac{1}{y}, y \geq 1 \quad (۱)$$

$$F_Y(y) = 1 - \frac{1}{y^r}, y \geq 1 \quad (۲)$$

$$F_Y(y) = 1 - e^{-y^{\frac{1}{r}}}, y > 0 \quad (۳)$$

(۴) تباهیده در نقطه ۱

۲۵- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots$  دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی با  $X_n \sim B(n, p)$ ،  $n \geq 1$ ، باشد. اگر  $T_n = \frac{X_n - np}{\sqrt{n - X_n}}$

توزیع حدی  $T_n$  کدام است؟  $(q = 1 - p)$

$$N(0, q) \quad (۱)$$

$$N(0, p) \quad (۲)$$

$$N(0, 1 + q) \quad (۳)$$

$$N(0, 1 + p) \quad (۴)$$

۲۶- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f_X(x) = \begin{cases} p + (1-p)e^{-\lambda} & x = 0 \\ (1-p) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & x = 1, 2, \dots \end{cases}$$

اگر  $p$  معلوم باشد آماره‌ی بسنده برای  $\lambda$  کدام است؟  $(I_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases})$

$$\left( \sum_{i=1}^n I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n I_{\{1,2,\dots\}}(X_i) \right) \quad (۱)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n X_i I_{\{1,2,\dots\}}(X_i) \right) \quad (۲)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n X_i I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n X_i I_{\{1,2,\dots\}}(X_i) \right) \quad (۳)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n X_i I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n I_{\{1,2,\dots,n\}}(X_i) \right) \quad (۴)$$



۲۷- فرض کنید  $X_i \sim U(\theta - i, \theta + i)$ ،  $i = 1, \dots, n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند. آماره‌ی بسنده مینیمال برای  $\theta$  کدام است؟

$$(1) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i\})$$

$$(2) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\})$$

$$(3) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i - i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\})$$

$$(4) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i - i\})$$

۲۸- خانواده توزیع‌ها با تابع چگالی احتمال‌های  $\{f_\theta : \theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^+\}$ ، که در آن  $f_\theta$  به صورت زیر است را در نظر بگیرید. اگر  $0 < c < d$  مقدارهای معلوم باشند، به ازاء کدام یک از موارد زیر این خانواده کامل است؟

$$f_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2}, \quad \theta < x < \infty, \theta > 0$$

$$\Theta = (0, d) \quad (1)$$

$$\Theta = (c, d) \quad (2)$$

$$\Theta = (0, c) \quad (3)$$

$$\Theta = (c, \infty) \quad (4)$$

۲۹- بر اساس تک مشاهده  $X$  از توزیعی با تابع احتمال زیر، کدام مورد صحیح است؟

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta & x = 0 \\ 3\theta & x = 1 \\ 1 - 4\theta & x = 2 \end{cases}, \quad 0 < \theta < \frac{1}{4}$$

(۱) خانواده توزیع‌های  $X$  کامل است.

(۲) خانواده توزیع‌های  $X$  بسنده و کامل است.

$$g(x) = \begin{cases} a & x = 0 \\ -3a & x = 1 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad (3) \text{ خانواده توزیع‌های } X \text{ کامل نیست و «برآوردگر ناریب صفر» آن عبارت است از:}$$

$$g(x) = \begin{cases} -3a & x = 0 \\ a & x = 1 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad (4) \text{ خانواده توزیع‌های } X \text{ کامل نیست و «برآوردگر ناریب صفر» آن عبارت است از:}$$

۳۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر گشتاوری  $\theta$  کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{3(x+\theta)(\theta-x)}{4\theta^3}, \quad -\theta < x < \theta, \quad \theta > 0$$

$$\sqrt{\frac{\Delta}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\Delta}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (۴)$$

۳۱- اگر  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برآوردگر گشتاوری پارامتر  $\theta$  کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \theta e^{-x} (1 - e^{-x})^{\theta-1}, \quad x > 0, \theta > 0$$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i}} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i} \quad (۲)$$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i}} - 1 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i} - 1 \quad (۴)$$

۳۲- فرض کنید ۲ و ۳ و ۲ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. برآورد ماکزیمم درست‌نمایی  $\theta$  کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}\theta & x=1 \\ \frac{1}{2}\theta & x=2 \\ 1-\frac{5}{6}\theta & x=3 \end{cases}, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{6}{5}$$

- (۱)  $\frac{6}{5}$
- (۲)  $\frac{4}{5}$
- (۳)  $\frac{3}{5}$
- (۴)  $\frac{2}{5}$

۳۳- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر ماکزیمم درست‌نمایی

$$f_{\theta_1, \theta_2}(x) = \begin{cases} \theta_1 & x=1 \\ \frac{1-\theta_1}{\theta_2-1} & x=2, \dots, \theta_2 \end{cases}, \quad 0 \leq \theta_1 \leq 1, \theta_2 = \{2, 3, \dots\}$$

برای  $(\theta_1, \theta_2)$  کدام است؟

- (۱)  $\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \max_{1 \leq i \leq n} (X_i) \right)$
- (۲)  $\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{1\}}(X_i), \max_{1 \leq i \leq n} (X_i) \right)$
- (۳)  $\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \max_{1 \leq i \leq n} \{2, \max(X_i)\} \right)$
- (۴)  $\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{1\}}(X_i), \max_{1 \leq i \leq n} \{2, \max(X_i)\} \right)$

۳۴- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشد. اگر  $S = \sum_{i=1}^n X_i$ ، برای  $m \leq n$ ،

برآوردگر UMVU پارامتر  $\gamma(p) = (pe^r + q)^m$  کدام است؟ ( $q = 1 - p$ )

$$(1) (\bar{X}e^r + 1 - \bar{X})^m$$

$$(2) \sum_{x=0}^m \frac{e^{rx} \binom{n-m}{S-x}}{\binom{n}{S}}$$

$$(3) \sum_{x=0}^m e^{rx} \frac{\binom{m}{x} \binom{n-m}{S-x}}{\binom{n}{S}}$$

(۴) بهترین برآوردگر نارایب وجود ندارد.

۳۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع  $N(\theta, 1)$  باشد. مقدار  $E(e^{X_1} | \bar{x})$  کدام است؟

$$(1) e^{\bar{x}}$$

$$(2) e^{\bar{x} - \frac{n+1}{2n}}$$

$$(3) e^{\bar{x} + \frac{n+1}{2n}}$$

$$(4) e^{\bar{x} + \frac{n-1}{2n}}$$

۳۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه  $(\theta_1 - \theta_r, \theta_1 + \theta_r)$  باشد که  $\theta_1 \in \mathbb{R}$  و  $0 < \theta_r$ . برآوردگر UMVU پارامتر  $\theta_r$  کدام است؟

$$(1) r(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(2) \frac{n+1}{2(n-1)}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(3) \frac{n-1}{2(n+1)}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(4) \frac{2(n-1)}{n+1}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

۳۷- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع پواسون بریده شده در صفر با تابع احتمال زیر است. برآوردگر UMVU

$$f_{\theta}(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!(1 - e^{-\theta})}, \quad x = 1, 2, \dots, \quad \theta > 0$$

پارامتر  $1 - e^{-\theta}$  کدام است؟

$$(1) rX$$

$$(2) rI_{\{1, 2, \dots\}}(X)$$

$$(3) rI_{\{2, 3, \dots\}}(X)$$

$$(4) rI_{\{2, 3, \dots\}}(X) + I_{\{1, 2, \dots\}}(X)$$

۳۸- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر  $\theta \in [0, 1]$  باشد، با در نظر گرفتن پیشین

$$\pi(\theta) = \frac{1}{\gamma}, \theta = 0, 1$$

$$\frac{\bar{X} + 1}{2} \quad (۱)$$

$$\bar{X} \quad (۲)$$

$$\prod_{i=1}^n X_i \quad (۳)$$

$$X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n) \quad (۴)$$

۳۹- سکه‌ای که شانس مشاهده شیر در آن برابر  $p$  است را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم. اگر  $p$  دارای پیشین یکنواخت بر بازه

$(0, 1)$  باشد، چند بار بایستی شیر مشاهده شود تا مقدار برآورد ماکزیمم درست‌نمایی با مقدار برآورد بیز  $p$  برابر

باشد؟ (تابع زیان را مربع خطا در نظر بگیرید).

$$۵ \quad (۱)$$

$$۶ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۳)$$

(۴) هیچگاه برآوردگر بیز نمی‌تواند با MLE برابر باشد.

۴۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $U(0, \theta)$  باشد. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطای وزنی

با وزن  $w(\theta) = \frac{1}{\theta^2}$  و توزیع پیشین  $Pa(\alpha, \theta_0)$  با تابع چگالی احتمال زیر، برآورد بیز  $\theta$  کدام است؟

$$\pi(\theta) = \frac{\alpha \theta_0^\alpha}{\theta^{\alpha+1}}, \theta > \theta_0$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} [\max(\theta_0, X_{(n)})]^\alpha \quad (۱)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} \max(\theta_0, X_{(n)}) \quad (۲)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} \min(\theta_0, X_{(n)}) \quad (۳)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} [\min(\theta_0, X_{(n)})]^\alpha \quad (۴)$$

۴۱- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با پارامتر نامعلوم  $\theta$  باشد. اگر  $\theta$  دارای تابع چگالی احتمال

پیشین  $\pi(\theta)$  باشد، تحت تابع زیان زیر، برآورد بیز پارامتر  $\theta$  کدام است؟

$$L(\theta, \delta) = \begin{cases} k_1(\theta - \delta) & \theta > \delta \\ k_2(\delta - \theta) & \theta \leq \delta \end{cases}, (k_1, k_2 > 0)$$

(۱) مد توزیع پسین

(۲) میانه توزیع پسین

(۳) چندک مرتبه  $\frac{k_1}{k_1 + k_2}$  توزیع پسین

(۴) چندک مرتبه  $\frac{k_2}{k_1 + k_2}$  توزیع پسین

۴۲- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر  $\theta$  باشد. اگر  $\Theta = [0, c]$  که در آن  $c$  مقداری معلوم است. در کلاس برآوردهای  $D = \{a\bar{X} : 0 < a \leq 1\}$  برآوردهای مینیمکس  $\theta$  تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

(۱)  $\bar{X}$

(۲)  $\frac{1}{c+1} \bar{X}$

(۳)  $\frac{c}{c+1} \bar{X}$

(۴)  $\frac{nc}{nc+1} \bar{X}$

۴۳- فرض کنید  $X | \theta \sim U(0, \theta)$  و  $\theta \sim \Gamma(2, \lambda)$  باشد. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا و برآورد  $\lambda$  به روش ماکزیمم درستنمایی، برآوردهای بیز تجربی  $\theta$  کدام است؟

(۱)  $2X$  برآوردهای بیز تجربی  $\theta$  است.

(۲)  $X + \frac{1}{X}$  برآوردهای بیز تجربی  $\theta$  است.

(۳)  $\frac{1}{2}X$  برآوردهای بیز تجربی  $\theta$  است.

(۴)  $2X + \frac{1}{2X}$  برآوردهای بیز تجربی  $\theta$  است.

۴۴- فرض کنید  $X | \sigma^2 \sim \sigma^2 \chi^2(v)$  و  $\sigma^2 \sim \Pi(1, \frac{\alpha}{\nu})$  ( $\alpha$  معلوم) باشند. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا، کدام مورد در برآورد  $\sigma^2$  درست است؟

$$(Y \sim \Pi(\alpha, \beta) \rightarrow f(y) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{y^{\alpha+1}} e^{-\frac{\beta}{y}}, y > 0)$$

(۱)  $\frac{X}{\nu+2}$  برآوردهای مجاز (پذیرفتنی) برای  $\sigma^2$  است.

(۲)  $\frac{X+\alpha}{\nu+1}$  برآوردهای مجاز و بیز (پذیرفتنی) برای  $\sigma^2$  است.

(۳)  $\frac{X+\alpha}{\nu}$  برآوردهای مجاز (پذیرفتنی) برای  $\sigma^2$  است.

(۴)  $\frac{X}{\nu}$  برآوردهای بیز تعمیم‌یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای  $\sigma^2$  است.

۴۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی ( $n > 2$ ) تایی از توزیع نمایی با میانگین  $\frac{1}{\theta}$  باشد. با انتخاب توزیع

پیشین ناسره با چگالی  $\frac{1}{\theta} \pi(\theta)$  و با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا، کدام مورد درست است؟

(۱)  $\frac{n-2}{\sum X_i}$  برآوردگر بیز تعمیم یافته و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) برای  $\theta$  است.

(۲)  $\frac{n}{\sum X_i}$  برآوردگر بیز تعمیم یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای  $\theta$  است.

(۳)  $\frac{n-2}{\sum X_i}$  برآوردگر بیز تعمیم یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای  $\theta$  است.

(۴)  $\frac{n}{\sum X_i}$  برآوردگر بیز تعمیم یافته و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) برای  $\theta$  است.





## کلید اولیه آزمون دکترای سال 1398

## کلید اولیه آزمون دکترای سال 1398

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون دکترای سال 1398 می‌رساند، این کلید اولیه غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران، کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 1397/12/15 با مراجعه به سیستم پاسخگویی اینترنتی به نشانی request.sanjesh.org و تکمیل فرم بررسی کلید سوالات آزمون دکترای سال 1398 اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق اینترنت و فرم مربوطه دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر رسیدگی نخواهد شد.

عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
امار	A	1	علوم پایه

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	4	31	3
2	4	32	2
3	3	33	4
4	3	34	3
5	3	35	4
6	4	36	2
7	2	37	3
8	1	38	1
9	3	39	1
10	3	40	2
11	1	41	3
12	1	42	4
13	2	43	1
14	3	44	1
15	3	45	4
16	4		
17	2		
18	1		
19	4		
20	4		
21	3		
22	2		
23	2		
24	1		
25	2		
26	2		
27	3		
28	4		
29	4		
30	1		

خروج