کد کنترل

276

E

276E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ــ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ فیزیک (کد ۲۲۳۸)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته ـ الکترومغناطیس والکترودینامیک ـ ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- عملگر $a = i|۱\rangle\langle۲|$ را که در آن $|۱\rangle$ و $|۲\rangle$ حالت‌های بهنجار متعامد هستند در نظر بگیرید. حاصل جابه‌جاگر $\left[a, a^{\dagger}\right]$ کدام است؟ $(i = \sqrt{-۱})$

۱) $|۱\rangle\langle۲| - |۲\rangle\langle۱|$

۲) $|۱\rangle\langle۱| + |۲\rangle\langle۲|$

۳) $|۱\rangle\langle۲| - |۲\rangle\langle۱|$

۴) $|۱\rangle\langle۲| + |۲\rangle\langle۱|$

۲- هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = a_۰ \hat{۱} + \vec{\sigma}.\vec{a}$ است که در آن $\hat{۱}$ ماتریس واحد، $\vec{a}$ برداری حقیقی با مؤلفه‌های $\vec{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$، $a_۰$ ضریبی حقیقی و $\vec{\sigma} = (\sigma_۱, \sigma_۲, \sigma_۳)$ است. σ_iها $(i = ۱,۲,۳)$ ماتریس‌های پائولی هستند. قدرمطلق تفاضل بین ویژه مقادیر انرژی این دستگاه کدام است؟

۱) $\sqrt{a_۱^۲ + \left|a_۲^۲ - a_۳^۲\right|}$

۲) $۲\sqrt{a_۱^۲ + a_۲^۲ + a_۳^۲}$

۳) $\sqrt{a_۳^۲ + \left|a_۱^۲ - a_۲^۲\right|}$

۴) $۲\left(a_۱ + a_۲ + a_۳\right)$

۳- عملگر $S_n = \vec{S}.\hat{n}$ را که در آن $\hat{n} = \sin\beta\hat{i} + \cos\beta\hat{k}$، $\vec{S} = \frac{\hbar}{۲}(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ و σها ماتریس‌های پائولی هستند در نظر بگیرید. نمایش عملگر S_n در پایه $|+\rangle$ و $|-\rangle$، ویژه حالت‌های عملگر S_z، کدام است؟

۱) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

۲) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۳) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|\right)$

۴) $\frac{\hbar}{۲}\cos\beta\left(|+\rangle\langle+| + |-\rangle\langle-|\right) + \frac{\hbar}{۲}\sin\beta\left(|+\rangle\langle-| - |-\rangle\langle+|\right)$

۴- اگر $|n\rangle$ ویژه حالت انرژی یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه‌ای ω و $a=\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}(x+\frac{ip}{m\omega})$ عملگر پایین آورنده باشد، حاصل عبارت $\langle m|xp+px|n\rangle$ کدام است؟

۱) $i\hbar\left(\sqrt{(m+1)n}\ \ \delta_{m+1,n-1}-\sqrt{m(n+1)}\ \ \delta_{m-1,n+1}\right)$

۲) $i\hbar\left(-\sqrt{m(m-1)}\ \ \delta_{m-2,n}-\sqrt{n(n-1)}\ \ \delta_{m,n-2}\right)$

۳) $i\hbar\left(\sqrt{(m+1)(m+2)}\ \ \delta_{m+2,n}-\sqrt{n(n-1)}\ \ \delta_{m,n-2}\right)$

۴) $i\hbar\left(\sqrt{m(n+1)}\ \ \delta_{m-1,n+1}-\sqrt{n(m+1)}\ \ \delta_{m+1,n-1}\right)$

۵- ذره‌ای به جرم m در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به عرض a، $(0<x<a)$ ، قرار دارد. تبدیل فوریه انتشارگر این ذره، $\tilde{K}(x,x';E)=\int_0^\infty dt\ e^{\frac{iEt}{\hbar}}K(x,t;x',0)$ کدام است؟

۱) $\tilde{K}(x,x';E)=\sqrt{\frac{2}{a}}i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})+\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E-\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۲) $\tilde{K}(x,x';E)=\frac{2i\hbar}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E+\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۳) $\tilde{K}(x,x';E)=\sqrt{\frac{2}{a}}i\hbar\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})+\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E+\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۴) $\tilde{K}(x,x';E)=\frac{2i\hbar}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(\frac{n\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi x'}{a})}{E-\frac{n^2h^2}{8ma^2}}$

۶- در یک فضای سه بعدی، ماتریس چگالی یک دستگاه بر حسب پایه‌های بهنجار متعامد $|\Psi_1\rangle$، $|\Psi_2\rangle$، $|\Psi_3\rangle$ به شکل $\rho=\cos^4\theta|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|+\sin^4\theta|\Psi_2\rangle\langle\Psi_2|+2\sin^2\theta\cos^2\theta|\Psi_3\rangle\langle\Psi_3|$ است که در آن $0\le\theta\le\pi$ می‌باشد. اگر $[A]$ میانگین آنسامبلی عملگر $A=|\Psi\rangle\langle\Psi|$ باشد که در آن $|\Psi\rangle=\frac{1}{2}|\Psi_1\rangle+\frac{1}{2}|\Psi_2\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi_3\rangle$، کدام نامساوی درست است؟

۱) $\frac{1}{8}\le[A]\le\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}\le[A]\le\frac{3}{8}$

۳) $\frac{1}{8}\le[A]\le\frac{3}{8}$

۴) $\frac{1}{4}\le[A]\le\frac{1}{2}$

۷- ذرات با اسپین ۱ را از یک دستگاه اشترن ـ گرلاخ که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{n} = \sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{k}$ است عبور می‌دهیم، این دستگاه مشاهده‌پذیر $\vec{S}.\hat{n}$ را اندازه‌گیری می‌کند. ذرات خروجی را که دارای ویژه مقدار بزرگتر هستند جدا می‌کنیم و آن‌ها را از دستگاه اشترن ـ گرلاخ دیگری که میدان مغناطیسی آن در جهت $\hat{k}$ است عبور می‌دهیم. احتمال این که ذرات خروجی از دستگاه دوم دارای $s_z = \hbar$ باشند، چقدر است؟

در صورت نیاز:
$$d^{(1)}(\beta) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta & 1-\cos\beta \\ \sqrt{2}\sin\beta & 2\cos\beta & -\sqrt{2}\sin\beta \\ 1-\cos\beta & \sqrt{2}\sin\beta & 1+\cos\beta \end{pmatrix}$$

۱) $\cos^4\frac{\theta}{2}$

۲) $\cos^2\frac{\theta}{2}$

۳) $\sin^4\frac{\theta}{2}$

۴) $\sin^2\frac{\theta}{2}$

۸- $X^{(k_1=2)}$ و $Z^{(k_2=3)}$ دو تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ ۲ و ۳ هستند. از ترکیب خطی مؤلفه‌های مختلف حاصلضرب این دو، $X^{(k_1)}_{q_1} Z^{(k_2)}_{q_2}$ ، می‌توان تانسور کروی تقلیل ناپذیر رتبهٔ k ساخت. k کدام مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟

۱) $k=5\ ,\ k=3\ ,\ k=1$

۲) $k=4\ ,\ k=2\ ,\ k=0$

۳) $k=6\ ,\ k=4\ ,\ k=2$

۴) $k=6\ ,\ k=3\ ,\ k=0$

۹- $D^{(j)} = e^{\frac{-i}{\hbar}\vec{J}\cdot\hat{n}\phi}$ عملگر دوران حول $\hat{n}$ به اندازهٔ ϕ است. برای $\hat{n}$ و ϕی دلخواه، عملگر $D^{(j_1=\frac{1}{2})} \otimes D^{(j_2=\frac{1}{2})}$ در پایه‌های $|j,m\rangle$ حداکثر چند عنصر صفر دارد؟ ($|j,m\rangle$ ویژه حالت مشترک J_z و J^2 است که $\vec{J} = \vec{J}_1 \otimes \vec{1} + \vec{1} \otimes \vec{J}_2$ است.)

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۰- هامیلتونی دستگاهی به شکل $H=\sum_{n=1}^{N} E_{\circ}|n\rangle\langle n|+\sum_{n=1}^{N} W\{|n\rangle\langle n+1|+|n+1\rangle\langle n|\}$ است که حالت‌های $|n\rangle$ متعامد و بهنجار هستند و $E_{\circ}$ و W ضرایب ثابت‌اند. اگر شرط تناوبی $|N+1\rangle=|1\rangle$ برقرار باشد، ویژه مقادیر H کدام‌اند؟ $(n=1,2,...,N)$

۱) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{\pi n}{N}$

۲) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{\pi n}{N}$

۳) $E_n=E_{\circ}+2W\cos\frac{2\pi n}{N}$

۴) $E_n=E_{\circ}+2W\sin\frac{2\pi n}{N}$

۱۱- اگر θ عملگر وارون زمان، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ ویژه حالت‌های ماتریس پائولی σ_z و $|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟

۱) $\theta^2|\alpha\rangle=|\alpha\rangle$

۲) $\theta^2|\alpha\rangle=-|\alpha\rangle$

۳) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle-\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۴) $\theta^2|\alpha\rangle=\frac{-1}{\sqrt{2}}|+\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle$

۱۲- هامیلتونی یک نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی همسانگرد $H=\frac{\vec{P}.\vec{P}}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2\vec{x}.\vec{x}$ است. اگر این نوسانگر با انرژی پتانسیل λyx^2z مختل شود، انرژی نخستین حالت برانگیخته تا اولین مرتبهٔ غیر صفر λ کدام است؟ ($\vec{x}$ و $\vec{P}$ به ترتیب عملگر مکان و تکانه خطی در سه بعد هستند.)

۱) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm 2\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۲) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{2}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۳) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\frac{1}{\hbar\omega}\lambda^2\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^4\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۴) $\frac{3}{2}\hbar\omega\pm\lambda\left(\frac{\hbar}{2m\omega}\right)^2\ ,\ \frac{3}{2}\hbar\omega$

۱۳- ذره‌ای به جرم m در لحظه $t = 0$ در حالت پایه یک چاه کوانتومی بی‌نهایت یک بعدی که دیواره‌هایش در $x = 0$ و $x = a$ است، قرار دارد. این ذره برای زمان‌های $0 \le t \le \infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی $V(t) = \lambda x^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$ قرار می‌گیرد که در آن x عملگر مکان، τ پارامتر حقیقی ثابت و λ عدد حقیقی بسیار کوچکی هستند. احتمال آن که ذره در لحظهٔ دلخواه $t \ge 0$ در اولین حالت برانگیخته چاه یافت شود کدام است؟ $(\omega_{21} = \frac{3\pi^2\hbar}{2ma^2})$

۱) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2 \left[\frac{1 + e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2 + \frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۲) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2 \left[\frac{1 - e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2 + \frac{1}{\tau^2}}\right]^2$

۳) $\left(\frac{4a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2 \left[\frac{1 + e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau}\sin(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2 + \frac{1}{\tau^2}}\right]$

۴) $\left(\frac{16a^2\lambda}{9\pi^2\hbar}\right)^2 \left[\frac{1 + e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau}\cos(\omega_{21}t)}{\omega_{21}^2 + \frac{1}{\tau^2}}\right]$

۱۴- سطح مقطع پراکندگی کل کشسان ذره‌ای به جرم m از یک کره نرم با پتانسیل $V(r) = \begin{cases} V_0 & r \le a \\ 0 & r > a \end{cases}$ در تقریب اول بورن به ازای $ka \ll 1$ $(E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m})$ کدام است؟

۱) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2 a^2$

۲) $\frac{16\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right) a^2$

۳) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right) a^2$

۴) $\frac{4\pi}{9}\left(\frac{mV_0a^2}{\hbar^2}\right)^2 a^2$

۱۵- دامنهٔ پراکندگی کشسان پاره موج ℓام یک ذره به جرم m به شکل $f_\ell(k)=\frac{f_\circ k_\circ^2}{k^2-(\ell+1)k_\circ^2}$ است. انرژی‌های مجاز حالات مقید این ذره کدام است؟($k_\circ$ و $f_\circ$ ضرایب ثابتی هستند.)

۱) $\ell\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۲) $\ell^2\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۳) $(\ell+1)\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۴) $\sqrt{\ell+1}\frac{\hbar^2k_\circ^2}{2m}$

۱۶- دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای با گشتاور دو قطبی $\vec{P}=P\hat{k}$ در مبدأ مختصات قرار دارد. چگالی بار حجمی بیانگر این توزیع بار کدام است؟

۱) $\rho=-P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۲) $\rho=+P\frac{\partial}{\partial z}\delta(\vec{x})$

۳) $\rho=-P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۴) $\rho=+P\frac{d}{dz}\delta(z)$

۱۷- بر روی یک سطح رسانای کروی به شعاع R پتانسیل الکتریکی برابر با $\phi=V_\circ\cos^2\theta$ است که در آن $V_\circ$ ضریبی ثابت و θ زاویهٔ قطبی در دستگاه مختصات کروی است. مبدأ مختصات بر مرکز کره و محور z بر یکی از قطرهای کره منطبق است. درون این سطح باری وجود ندارد. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

۱) صفر

۲) $V_\circ$

۳) $\frac{1}{3}V_\circ$

۴) $\frac{1}{2}V_\circ$

۱۸- پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R برابر $V(\theta) = V_0 \sin^2\frac{\theta}{2}$ است. مبدأ مختصات منطبق بر مرکز پوسته و θ زاویه با محور z است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای به مختصات کروی (r,θ) در داخل پوسته کدام است؟

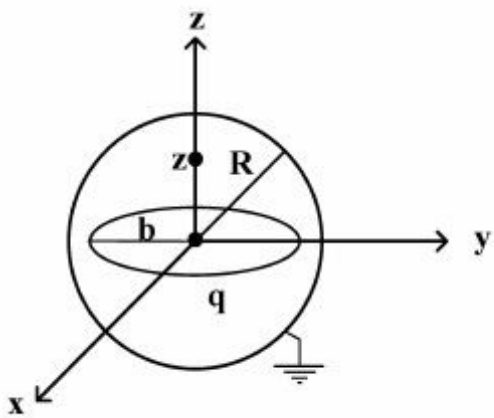
۱) صفر

۲) $\frac{V_0}{2}\frac{r}{R}\cos\theta$

۳) $V_0 \sin^2\frac{\theta}{2}$

۴) $\frac{V_0}{2}(1-\frac{r}{R}\cos\theta)$

۱۹- یک پوستهٔ کروی رسانا به شعاع R در پتانسیل صفر نگه داشته شده است. مبدأ مختصات در مرکز کره قرار دارد. مطابق شکل، درون این کره یک حلقهٔ باردار به شعاع b $(b < R)$ و بار q که به صورت یکنواخت بر روی محیط آن توزیع شده است، هم‌مرکز با کره (در صفحهٔ xy) قرار دارد. پتانسیل الکتریکی درون کره در نقطه‌ای روی محور z کدام است؟



۱) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۲) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۳) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{b}{R\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{R}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۴) $\phi(z)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}-\frac{b}{\sqrt{b^2z^2+R^4}}\right]$

۲۰- یک خط بار نامتناهی با توزیع بار یکنواخت در فضای سه بعدی موازی محور z قرار دارد و در نقطهٔ (ρ',φ') از صفحهٔ x-y عبور می‌کند. تابع گرین معادلهٔ لاپلاس در مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) کدام است؟

۱) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')}}$

۲) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')\right|$

۳) $\frac{1}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\sin(\varphi-\varphi')}}$

۴) $\frac{1}{4\pi}\ln\left|\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')\right|$

۲۱- یک پوستهٔ استوانه‌ای به شعاع R و طول L با دو قاعده رسانا که در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند درنظر بگیرید. در دستگاه مختصاتی که مبدأ آن واقع بر یک قاعده و محور z آن منطبق بر محور استوانه است، پتانسیل الکتریکی روی سطح جانبی پوسته با $V(\phi,z)$ داده شده است. قاعده دیگر پوسته در $z=L$ واقع است. کدام عبارت ممکن است پتانسیل الکتریکی نقطهٔ دلخواهی داخل پوسته به مختصات استوانه‌ای (ρ,φ,z) را به درستی بیان کند؟ ($I_m(x)$ و $K_m(x)$ توابع بسل اصلاح شده هستند.)

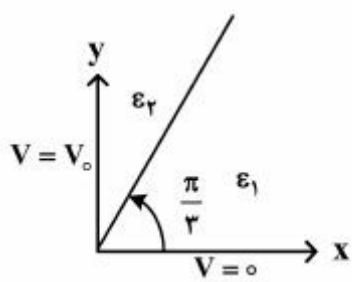
۱) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۲) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(\left(A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi\right)\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۳) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(A_{mn}e^{im\varphi}\sin\frac{n\pi z}{L}K_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۴) $$V(\rho,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\left(\left(A_{mn}\sin m\varphi+B_{mn}\cos m\varphi\right)\sin\frac{n\pi z}{L}I_m\frac{(n\pi\rho)}{L}\right)$$

۲۲- مطابق شکل، در دستگاه مختصات استوانه‌ای، دو نیم‌صفحهٔ رسانای $\varphi=0$ و $\varphi=\frac{\pi}{2}$ به‌ترتیب به پتانسیل‌های الکتریکی صفر و V_0 وصل شده‌اند. ناحیهٔ $0<\varphi\le\frac{\pi}{3}$ با عایقی به‌گذردهی ε_1 و ناحیهٔ $\frac{\pi}{3}\le\varphi<\frac{\pi}{2}$ با عایق دیگری به گذردهی ε_2 پر شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطهٔ دلخواهی مانند φ از ناحیهٔ با گذردهی ε_1 کدام است؟



۱) $$2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۲) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi$$

۳) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۴) $$\frac{6V_0}{\pi}\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}\varphi+2V_0\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{\varepsilon_1+2\varepsilon_2}$$

۲۳- یک کره فلزی به شعاع **a** توسط یک پوسته کروی نازک فلزی هم مرکز به شعاع **b** **(b > a)** احاطه شده است. فضای میان کره و پوسته با ماده‌ای پر شده است که ضریب رسانندگی الکتریکی آن تابع خطی از میدان الکتریکی است یعنی $\sigma = kE$ که در آن **k** عددی ثابت است. اگر اختلاف پتانسیل **V** بین کره و پوسته ایجاد شود، جریان الکتریکی میان کره و پوسته کدام است؟

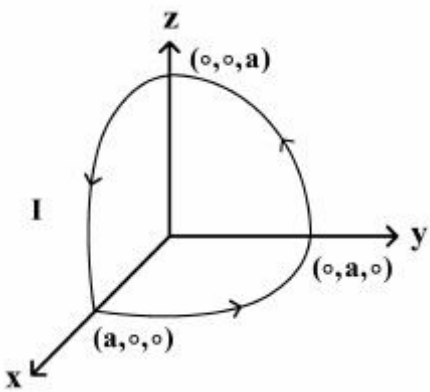
۱) $۴\pi k\left(\frac{V}{\ln(b/a)}\right)^۲$

۲) $۲\pi k\left(\frac{V^۲}{\ln(b/a)}\right)$

۳) $۴\pi kab\left(\frac{V}{b-a}\right)^۲$

۴) $۲\pi ka\frac{V^۲}{(b-a)}$

۲۴- مطابق شکل یک حلقه رسانا از سه قوس ۹۰ درجه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع **a** و واقع در صفحات **xy** ، **yz** و **zx** تشکیل شده است. از حلقه جریان **I** عبور می‌کند و در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت $\mathbf{B} = B_۰\hat{i}$ قرار دارد. گشتاور نیروی وارد بر این حلقه جریان کدام است؟



۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{j})$

۳) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{i}-\hat{k})$

۴) $\frac{۱}{۴}B_۰I\pi a^۲(\hat{j}-\hat{k})$

۲۵- اگر میدان الکتریکی مستقل از زمان و میدان مغناطیسی در همهٔ زمان‌ها متناهی باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = ۰$

۲) $\vec{\nabla}\times\vec{E} = ۰$

۳) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = ۰$

۴) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{۴\pi}{c}\vec{J}$

۲۶- یک سیم مستقیم نامتناهی در راستای محور z را در نظر بگیرید. در لحظهٔ $t=0$ جریان الکتریکی I در سیم ایجاد می‌شود و برای $t\geq 0$ برقرار می‌ماند. پتانسیل برداری $\vec{A}(\rho,t)$ در نقطه‌ای به فاصلهٔ ρ از سیم در لحظهٔ t بر حسب سرعت نور، c، و سایر کمیت‌های معلوم کدام است؟

۱) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۲) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{z}$ است.

۳) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cosh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۴) برای $t<\frac{\rho}{c}$ صفر و برای $t\geq\frac{\rho}{c}$ برابر $\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sinh^{-1}(\frac{ct}{\rho})\hat{\rho}$ است.

۲۷- کدام عبارت نادرست است؟

۱) انرژی کل یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\frac{\varepsilon_0}{2}\int_V (E^2+c^2B^2)d^3x$ است.

۲) بردار پوینتینگ یک میدان الکترومغناطیسی در خلاء برابر $\vec{E}\times\vec{B}$ است.

۳) تکانه خطی یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۴) تکانه زاویه‌ای یک میدان الکترومغناطیسی در حجم V از خلاء برابر $\varepsilon_0\int_V \vec{x}\times(\vec{E}\times\vec{B})d^3x$ است.

۲۸- متوسط توان تابشی بر واحد زاویهٔ فضایی بر حسب عناصر تانسور چهارقطبی Q_{ij} یک توزیع بار الکتریکی نوسان کننده با رابطه $\frac{dP}{d\Omega}=\frac{c^2 z_0}{1152\pi^2}k^6\left|\hat{n}\times(\hat{n}\times\vec{Q})\right|^2$ داده می‌شود که $Q_i=\sum_{j=1}^{3}Q_{ij}n_j$ و $\hat{n}=(n_1,n_2,n_3)$ بردار مکان یکهٔ نقطه‌ای از فضا است. اگر $Q_{33}=-2Q_{11}=-2Q_{22}=Q_0$ و $Q_{i\neq j}=0$ باشد، توان تابشی کل در تمام جهت‌ها کدام است؟ (z_0 و k مقادیر ثابتی هستند.)

۱) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1440\pi}$

۲) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{1152\pi^2}$

۳) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{960\pi}$

۴) $\frac{c^2 z_0 k^6 Q_0^2}{512\pi^2}$

۲۹- نیروی وارد بر ذره‌ای به جرم m و بار q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ برابر $\vec{F} = q(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B})$ است. کدام رابطه درست است؟ $\left(\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$

۱) $\frac{d}{dt}(mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۲) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma + mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۳) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۴) $\frac{d}{dt}(mc^2\gamma - mv^2\gamma) = q\vec{E}.\vec{v}$

۳۰- دو چارچوب لخت K و K' در نظر بگیرید که K' در جهت $+x$ با سرعت V نسبت به K در حرکت است. داریم $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ که Λ در زیر داده شده است. چهاربردار پتانسیل برای بار نقطه‌ای q ساکن در چارچوب K با $A^\mu = (A^0 = \phi = \frac{q}{r}, \vec{A} = 0)$ داده شده است. $\vec{E}$ بردار میدان الکتریکی در چارچوب K' کدام است؟

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \beta = \frac{v}{c}$$

۱) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, y, z)$

۲) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(x, \gamma y, \gamma z)$

۳) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma x, \gamma\beta y, \gamma\beta z)$

۴) $\vec{E}' = \frac{q}{r^3}(\gamma\beta x, \gamma y, \gamma z)$

۳۱- تعداد حالت‌های قابل دسترس یک دستگاه ترمودینامیکی بسته شامل N ذره در حجم V به‌صورت $\Omega(U,N,V)=f(U)\,۲^{g(N,V)}$ است که $g(N,V)=\left(\frac{V}{V_۰}\right)^N$ و $V>V_۰$. اگر دمای وابسته به این دستگاه T باشد معادله حالت دستگاه کدام است؟

۱) $PV=Nk_BT(\ln ۲)\left(\frac{V}{V_۰}\right)^N$

۲) $PV=۲Nk_BT\left(\frac{V}{V_۰}\right)$

۳) $PV=Nk_BT(\ln ۲)\left(\frac{V}{V_۰}\right)$

۴) $PV=۲Nk_BT\left(\frac{V}{V_۰}\right)^N$

۳۲- آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با جرم مولی $M_۱$ و دمای $T_۱$ با آنتروپی یک مول گاز ایده‌آل تک اتمی با جرم مولی $M_۲$ و دمای $T_۲$ برابر است. اگر حجم دو گاز با هم برابر باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $\frac{M_۱}{M_۲}=\sqrt{\frac{T_۱}{T_۲}}$

۲) $\frac{M_۱}{M_۲}=\frac{T_۱}{T_۲}$

۳) $\frac{M_۱}{M_۲}=\sqrt{\frac{T_۲}{T_۱}}$

۴) $\frac{M_۱}{M_۲}=\frac{T_۲}{T_۱}$

۳۳- آنتروپی یک دستگاه ترمودینامیکی $S(N,V,U)$ است. کدام رابطه درست است؟

N، V، P، T، U و μ به‌ترتیب تعداد ذرات، حجم ، فشار، دما، انرژی داخلی و پتانسیل شیمیایی دستگاه است.

۱) $U+PV-TS+N\mu=۰$

۲) $U-PV-TS-N\mu=۰$

۳) $U+PV-TS-N\mu=۰$

۴) $U+PV+TS-N\mu=۰$

۳۴- انرژی کل یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی به جرم m، ضریب سختی k و دامنهٔ A می‌تواند بین E و $E+dE$ تغییر کند. مساحت فضای فاز قابل دسترس این نوسانگر کدام است؟

۱) $۴\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Delta E$

۲) $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\Delta E$

۳) $۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{(\Delta E)^۲}{kA^۲}$

۴) $۴\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{(\Delta E)^۲}{kA^۲}$

۳۵- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره بدون هم‌کنش در مجاورت با چشمه حرارتی به دمای T است. هر ذره می‌تواند در حالت با انرژی E یا حالت با انرژی $E+\Delta E$ باشد. ظرفیت گرمایی در حجم ثابت این دستگاه در حد دماهای بالا $E,\Delta E << k_B T$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$

۲) $\frac{۱}{۴}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$

۳) $\frac{۱}{۴}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)^۲$

۴) $\frac{۱}{۲}NK_B\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)^۲$

۳۶- N نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی هر یک به جرم m، بار الکتریکی q و بسامد زاویه‌ای ω درنظر بگیرید. نوسانگرها با هم برهم‌کنش ندارند. اگر $Q_N = \left(\frac{۱}{h}\iint e^{-\beta H(p,x)}\,dpdx\right)^N$ تابع پارش این نوسانگرها در غیاب میدان الکتریکی باشد، تابع پارش آن‌ها در حضور میدان الکتریکی یکنواخت E کدام است؟ (نیروی وارد بر هر نوسانگر در میدان الکتریکی را به‌صورت qE درنظر بگیرید.)

۱) $Q_N\, e^{\frac{+N\beta q^۲E^۲}{۲m\omega^۲}}$

۲) $Q_N\, e^{\frac{+N\beta q^۲E^۲}{m\omega^۲}}$

۳) $Q_N\, e^{\frac{-N\beta q^۲E^۲}{۲m\omega^۲}}$

۴) $Q_N\, e^{\frac{-N\beta q^۲E^۲}{m\omega^۲}}$

۳۷- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی شامل N ذره گاز در دمای T و حجم V که می‌توان آن‌ها را فرانسبیتی در نظر گرفت به‌صورت $Q_N(V,T)=\frac{1}{N!}\left(8\pi V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3\right)^N$ است. پتانسیل شیمیایی این دستگاه کدام است؟

۱) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{V^{\frac{1}{2}}}\right)$

۲) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi V}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^3\right)$

۳) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BT}\right)^4\frac{1}{V^{\frac{4}{3}}}\right)$

۴) $\mu=k_BT\ln\left(\frac{N}{8\pi}\left(\frac{hc}{k_BTV}\right)^{\frac{5}{2}}\right)$

۳۸- نسبت تعداد میکروحالت‌های دو ذره تمیزناپذیر فرمیونی به دو ذره تمیز ناپذیر بوزونی در اشغال سه تراز انرژی کدام است؟ (درهر دو حالت ذرات را بدون اسپین فرض کنید.)

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۱

۳۹- یک ستاره نوترونی را متشکل از N نوترون بدون برهم‌کنش درنظر بگیرید. اگر T_F دمای فرمی ستاره و U انرژی داخلی ستاره باشد، کدام رابطه درست است؟

۱) $U=\frac{3}{5}Nk_BT_F$

۲) $U=\frac{3}{4}Nk_BT_F$

۳) $U=\frac{5}{3}Nk_BT_F$

۴) $U=\frac{4}{3}Nk_BT_F$

۴۰- تعداد فوتون‌ها در کاواکی به حجم V و دمای T برابر $N = ۶۰V\left(\frac{k_B T}{hc}\right)^۳$ است که k_B ، c و h به‌ترتیب ثابت بولتزمن، سرعت نور و ثابت پلانک است. دمای متوسط عالم در حال حاضر $۲/۷K$ است. به طور متوسط چند فوتون در هر سانتی متر مکعب عالم وجود دارد؟

۱) ۴×۱۰^{۱۱}

۲) ۴×۱۰^{۸}

۳) ۴×۱۰^{۵}

۴) ۴×۱۰^{۲}

۴۱- هامیلتونی یک ذره آزاد به جرم m در یک بعد $(-\infty < x < +\infty)$ به‌صورت $H = \frac{P_x^۲}{۲m}$ است. حاصل $Tr\left(e^{-\frac{H}{k_B T}}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{L}\sqrt{\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}}$

۲) $\frac{۱}{L}\left(\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}\right)$

۳) $L\sqrt{\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}}$

۴) $L\left(\frac{mk_B T}{۲\pi\hbar^۲}\right)$

۴۲- تابع توزیع احتمالی تندی ماکسولی ذرات در دمای T به‌صورت $P(v) = \left(\frac{m}{۲\pi k_B T}\right)^{\frac{۳}{۲}} e^{\frac{-mv^۲}{۲k_B T}} ۴\pi v^۲$ است. حاصل عبارت $< v >< \frac{۱}{v} >$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{\pi}$

۲) $\frac{۴}{\sqrt{\pi}}$

۳) $\frac{۴}{\pi}$

۴) $\frac{۸}{\sqrt{\pi}}$

۴۳- انرژی یک گاز فوتونی در کاواکی به حجم V و دمای T برابر $U=\frac{\pi^2}{15}\frac{(k_BT)^4}{(\hbar c)^3}V$ است. S آنتروپی و μ پتانسیل شیمیایی این گاز کدام است؟

۱) $\mu=\frac{8\pi^5}{45}\frac{(k_BT)^4}{(hc)^3}V$ و $S=\frac{32\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$

۲) $\mu=\frac{\pi^5}{45}\frac{(k_BT)^4}{(hc)^3}V$ و $S=\frac{4\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$

۳) $\mu=0$ و $S=\frac{4\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$

۴) $\mu=0$ و $S=\frac{32\pi^5}{45}V\left(\frac{k_BT}{hc}\right)^3 k_B$

۴۴- چگالی حالت‌ها برای ذرات آزاد غیرنسبیتی به جرم m و اسپین $\frac{1}{2}$ محصور در حجم V و با انرژی بین ε و $\varepsilon+d\varepsilon$ برابر با $D(\varepsilon)d\varepsilon=\frac{2V}{(2\pi)^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$ است. تعداد ذرات در واحد حجم ظرف در دمای T کدام است؟

۱) $\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۲) $\frac{2}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{k_BT}{\mu}\int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۳) $\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{k_BT}{\mu}\int_0^\infty \frac{x\,dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۴) $\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{2mk_BT}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty \frac{x^2dx}{e^{(x^2-\mu)/k_BT}+1}$

۴۵- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل چهار ذره در دمای T است. این ذرات با هم برهم‌کنش دارند به طوری که انرژی دستگاه یکی از مقادیر $\in=-J(s_1s_2+s_2s_3+s_3s_4)$ به ازای $s_i=-1,+1$ $(i=1,2,3,4)$ است، تابع پارش این دستگاه کدام است؟ $(\beta=\frac{1}{k_BT})$

۱) $2^3(\cosh\beta J)^3$

۲) $2^4(\cosh\beta J)^3$

۳) $2^3(\cosh\beta J)^4$

۴) $2^4(\cosh\beta J)^4$

کلید اولیه آزمون دکتراي سال 1397

کلید اولیه آزمون دکتراي سال 1397

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون دکتري سال 1397 می رساند، این کلید اولیه غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران، کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می توانید حداکثر تا تاریخ 1396/12/15 با مراجعه به سیستم پاسخگویي اینترنتي به نشاني request.sanjesh.org و تکمیل فرم اعتراض به کلید سوالات آزمون دکتري سال 1397 اقدام نمایید.
لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق اینترنت دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر رسیدگی نخواهد شد.

عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
فیزیك	E	1	علوم پایه

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	1	31	1
2	2	32	4
3	3	33	3
4	4	34	2
5	4	35	3
6	2	36	1
7	1	37	2
8	1	38	1
9	2	39	1
10	3	40	4
11	2	41	3
12	4	42	3
13	4	43	4
14	1	44	4
15	3	45	2
16	1		
17	3		
18	4		
19	1		
20	4		
21	4		
22	2		
23	1		
24	4		
25	2		
26	2		
27	2		
28	3		
29	3		
30	2		

خروج

© 2018 Sanjesh Organization