کد کنترل

706

A

706A

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۹۷/۱۲/۳
دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ــ سال ۱۳۹۸

رشتهٔ مهندسی مکانیک ــ دینامیک، کنترل و ارتعاشات
کد (۲۳۲۳)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی ــ دینامیک پیشرفته ــ ارتعاشات پیشرفته ــ کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر $u(x,t)$ جواب مسئله موج

$$\begin{cases} u_{tt} - ۹u_{xx} = ۰ \quad , \quad ۰ < x < ۲, t > ۰ \\ u(x,۰) = ۲x + ۱ \\ u_t(x,۰) = x \quad , \quad ۰ \le x \le ۲ \\ u(۰,t) = u(۲,t) = ۰ \quad , \quad t \ge ۰ \end{cases}$$

باشد، مقدار تقریبی $u(۰/۴, ۱/۳)$ کدام است؟

۱) ۱/۲۴

۲) ۱/۷۹

۳) ۱/۹۶

۴) ۲/۱۵

۲- فرض کنید $z = x + iy$ باشد. مقدار ماکزیمم $|\sin z|$ در دامنهٔ مربعی شکل $D = \{(x,y), ۰ \le x,y \le ۲\pi\}$ ، کدام است؟

۱) ۱

۲) $e^{۲\pi}$

۳) $\sinh ۲\pi$

۴) $\cosh ۲\pi$

۳- جواب مسئلهٔ پواسن روبه‌رو کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2\omega}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\omega}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\omega}{\partial\theta^2}=\frac{\sin\theta}{r^2} & ,0<r<2 \quad , \quad 0<\theta<2\pi \\ \omega(r,0)=0 \\ \omega(2,\theta)=\sin 3\theta \end{cases}$$

۱) $\omega(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin 3n\theta$

۲) $\omega(r,\theta)=\frac{1}{2}r\sin\theta+\frac{1}{8}r^3\sin\theta$

۳) $\omega(r,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}(r^n+r^{-n})\sin 3n\theta$

۴) $\omega(r,\theta)=(\frac{1}{2}r-1)\sin\theta+\frac{1}{8}r^3\sin 3\theta$

۴- انتگرال فوریهٔ تابع $f(x)=\begin{cases}|\sin x| & ,|x|\le\pi\\ 0 & ,|x|>\pi\end{cases}$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1+\cos(\omega\pi)}{1-\omega^2}\cos(\omega x)d\omega$

۲) $\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1+\cos(\omega\pi)}{1-\omega^2}\omega\cos(\omega x)d\omega$

۳) $\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1+\cos(\omega\pi)}{1-\omega^2}\cos(\omega x)d\omega$

۴) $\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{1+\cos(\omega\pi)}{1-\omega^2}\omega\cos(\omega x)d\omega$

۵- اگر C مرز نیم‌دایرهٔ فوقانی $|z|=r$ در جهت مثبت و $I(r)=\int_C \frac{e^{iz}}{z}dz$ باشد، $\lim_{r\to\infty} I(r)$ کدام است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) π

۴) ∞

۶- مسئلهٔ گرمای زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} u_t(x,t) - 4u_{xx}(x,t) = 3u(x,t), & x>0, t>0 \\ u(x,0) = -e^{-x}, & x>0 \\ u(0,t) = 0, & t\geq 0 \end{cases}$$

اگر $v(x,s)$ تبدیل لاپلاس $u(x,t)$ باشد، آنگاه $v(x,s)$ در کدام معادله صدق می‌کند؟

۱) $4v''(x,s) + (3-s)v(x,s) = e^{-x}$

۲) $v''(x,s) + (4s-3)v(x,s) = e^{-x}$

۳) $4v''(x,s) + (s-3)v(x,s) = se^{-x}$

۴) $v''(x,s) + (3-4s)v(x,s) = se^{-x}$

۷- معادلهٔ دیفرانسیل جزئی ناهمگن زیر با تغییر متغیر $u(x,t) = v(x,t) + r(x)$ به یک معادلهٔ همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل می‌شود. $v(x,0)$ کدام است؟

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t + x - 1, & 0<x<2, \quad t>0 \\ u(0,t) = 3, & u(2,t) = -1, \quad t>0 \\ u(x,0) = 1 - x^3, & 0<x<2 \end{cases}$$

۱) $-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x - 2$

۲) $-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x - 2$

۳) $-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + 3$

۴) $-\frac{7}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + 3$

۸- اگر $v(x,y)$ مزدوج همساز تابع $u(x,y) = (x^2 - y^2 + 1)^2 - 4x^2y^2$ با شرط $v(0,0) = 0$ باشد، مقدار $v(1,1)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) -1

۳) ۴

۴) -4

۹- اگر $F_s\{f(x)\} = \int_0^\infty f(x)\sin\omega x\,dx$ تبدیل فوریهٔ سینوسی تابع $f(x)$ باشد، تبدیل فوریهٔ سینوسی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2}e^{-2\omega}$

۲) $\frac{\pi}{2}e^{2\omega}$

۳) $\pi e^{-2\omega}$

۴) $e^{2\omega}$

۱۰- سری نیم‌دامنهٔ سینوسی تابع $f(x) = x(\pi - x)$ در فاصلهٔ $0 < x < \pi$ کدام است؟

۱) $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{4}{(2m+1)\pi}\sin(2m+1)x$

۲) $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{8}{(2m+1)^3\pi}\sin(2m+1)x$

۳) $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{m\pi}\sin 2mx$

۴) $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3\pi}\sin 2mx$

۱۱- اگر $F(\omega,t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,t)e^{-i\omega x}dx$ تبدیل فوریهٔ $f(x)$ باشد، تبدیل فوریهٔ جواب مسئلهٔ زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_t - a^2u_{xx} = f(x,t) & ,t>0\ ,x\in\mathbb{R} \\ u(x,0) = 0 & ,x\in\mathbb{R} \end{cases}$$

۱) $\int_0^t F(\omega,\tau)e^{a^2\omega^2(t-\tau)}d\tau$

۲) $\int_0^t F(\omega,\tau)e^{-a^2\omega^2(t-\tau)}d\tau$

۳) $\int_0^\infty F(\omega,\tau)e^{-a^2\omega^2(t-\tau)}d\tau$

۴) $\int_{-\infty}^\infty F(\omega,\tau)e^{-a^2\omega^2(t-\tau)}d\tau$

۱۲- فرض کنید تابع تحلیلی $f:\mathbb{C}\to\mathbb{C}$ برای هر $z\in\mathbb{C}$ در نامساوی $\left|f(z)-2z^2-iz\right|\le\sqrt{2}$ صدق کند. در این‌صورت مقدار $\oint_{|z|=1} f\left(\frac{1}{z}\right)dz$ کدام است؟

۱) $2\pi i$

۲) $-2\pi i$

۳) 2π

۴) -2π

۱۳- تصویر خط راست $2x+3y=5$ تحت نگاشت $w=u+iv=\frac{1}{z}$، کدام است؟

۱) $(u-\frac{1}{5})^2+(v+\frac{3}{10})^2=\frac{13}{100}$

۲) $(u-\frac{1}{5})^2+(v-\frac{3}{10})^2=\frac{13}{100}$

۳) $(u+\frac{1}{5})^2+(v-\frac{3}{10})^2=\frac{13}{100}$

۴) $(u+\frac{1}{5})^2+(v+\frac{3}{10})^2=\frac{13}{100}$

۱۴- فرم کلی جواب مسئلهٔ موج زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt}(x,y,t)-9\nabla^2 u(x,y,t)=\begin{cases} te^{-|x+y|} & 0<x<1 \\ 0 & x>1 \end{cases}, y\in\mathbb{R},\ t>0 \\ u(x,y,0)=\begin{cases} x+y & 0<x<1,\ -2<y<2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases} \\ u_t(x,y,0)=0,\ x>0, y\in\mathbb{R} \\ u(0,y,t)=0,\ y\in\mathbb{R} \end{cases}$$

۱) $u(x,y,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{1}(A_\omega\cos 3\omega t+B_\omega\sin 3\omega t+C_\omega t+D_\omega)e^{i\omega y}\sin(\omega x)dxdy$

۲) $u(x,y,t)=\int_{-2}^{2}\int_{0}^{1}(A_\omega\cos 3\omega t+B_\omega\sin 3\omega t+C_\omega t+D_\omega)e^{i\omega y}\sin(\omega x)dxdy$

۳) $u(x,y,t)=\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty}(A_\omega\cos 3\omega t+B_\omega\sin 3\omega t+C_\omega t+D_\omega)e^{i\omega y}\sin(\omega x)dxdy$

۴) $u(x,y,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty}(A_\omega\cos 3\omega t+B_\omega\sin 3\omega t+C_\omega t+D_\omega)e^{i\omega y}\sin(\omega x)dxdy$

۱۵- اگر $y(x)$ جواب معادله دیفرانسیل $y''-۴y'+۳y=\begin{cases}۱ & |x|<۱\\ ۰ & |x|>۱\end{cases}$ با شرط $\lim_{x\to\infty} y(x)=\lim_{x\to\infty} y'(x)=۰$ باشد، تبدیل فوریهٔ $y(x)$ کدام است؟

(راهنمایی: $F\{y(x)\}=\int_{-\infty}^{\infty} y(x)e^{-i\omega x}dx$)

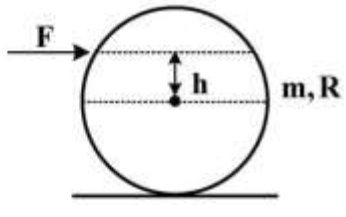
۱) $\dfrac{\sin ۲\omega}{\omega^۲+۴i\omega-۳}$

۲) $\dfrac{\sin \omega}{\omega^۲+۴i\omega-۳}$

۳) $\dfrac{-۲\sin \omega}{\omega(\omega^۲+۴i\omega-۳)}$

۴) $\dfrac{۲\sin \omega}{\omega(\omega^۲+۴i\omega-۳)}$

۱۶- یک توپ کروی توپر همگن به جرم m و شعاع R مطابق شکل زیر بر روی سطح افقی قرار دارد. اگر نیروی افقی F به فاصلهٔ h از مرکز کره وارد شود، h چقدر باید باشد تا نیروی اصطکاک بین توپ و سطح صفر شود؟ (فرض کنید توپ غلتش بدون لغزش می‌کند)



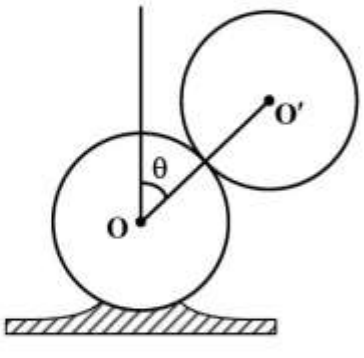
۱) $h=R$

۲) $h=۰/۴R$

۳) $h=۰/۲R$

۴) $h=۰$

۱۷- کرهٔ توپر همگنی به جرم m و شعاع R بر روی کرهٔ ثابتی به شعاع R در موقعیت تعادل $(\theta=۰)$ قرار دارد. اگر کرهٔ بالایی را اندکی از موقعیت تعادل خارج کنیم و کره شروع به غلت بدون لغزش بر روی کرهٔ ثابت پایینی کند، تابع لاگرانژین کرهٔ متحرک کدام است؟ (فرض شده دو کره تماس خود را از دست نمی‌دهند.)



۱) $\frac{۱۴}{۵}mR^۲\dot{\theta}^۲-۲mgR\cos\theta$

۲) $\frac{۷}{۱۰}mR^۲\dot{\theta}^۲-۲mgR\cos\theta$

۳) $\frac{۷}{۱۰}mR^۲\dot{\theta}^۲-۲mgR(۱-\cos\theta)$

۴) $\frac{۷}{۵}mR^۲\dot{\theta}^۲-۲mgR\cos\theta$

۱۸- یک حلقهٔ دایره‌ای‌شکل متقارن با توزیع جرم یکنواخت به هوا پرتاب می‌شود. در لحظهٔ پرتاب، حلقه دارای سرعت زاویه‌ای و مرکزش دارای سرعت است. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر شود و بردار شدت جاذبه ثابت باشد، کدام گزینه نادرست است؟ ($\vec{H}_G$ بردار اندازه حرکت زاویه‌ای حلقه حول مرکزش است.)

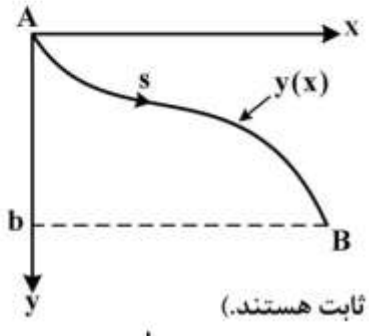
۱) مرکز حلقه بر روی یک سهمی حرکت می‌کند.

۲) زاویهٔ بین محور تقارن حلقه و بردار سرعت زاویه‌ای آن در طول حرکت ثابت است.

۳) زاویهٔ بین محور تقارن حلقه و $\vec{H}_G$ در طول حرکت ثابت است.

۴) بردار سرعت زاویه‌ای حلقه همواره در راستای $\vec{H}_G$ است.

۱۹- ذره‌ای به جرم m مسیر شکل زیر را که در صفحهٔ قائم xy قرار دارد، تحت نیروی گرانش، بدون اصطکاک در کوتاه‌ترین زمان از نقطهٔ A تا B طی می‌کند. گرانش در امتداد y فرض شود. معادلهٔ پارامتری مسیر کدام است؟ $(a=\frac{1}{2}b, \phi = 2\theta)$



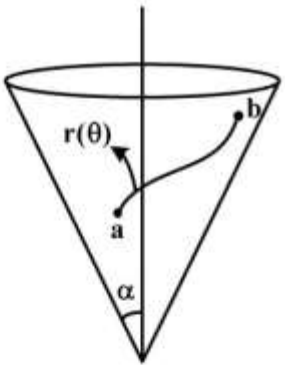
۱) $x = a(\phi - \sin\phi)\ ;\ y = a(1-\cos\phi)$

۲) $x = a(\phi + \cos\phi)\ ;\ y = a(1-\cos\phi)$

۳) $x = a(\phi + \sin\phi)\ ;\ y = a(1+\cos\phi)$

۴) $x = a(\phi - \sin\phi)\ ;\ y = a(1+\sin\phi)$

۲۰- کوتاهترین مسیر بین نقاط a و b روی مخروط زیر، کدام است؟ (B و C اعداد ثابت هستند.)



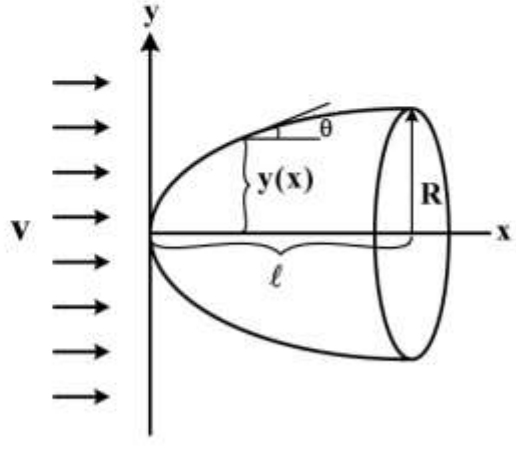
۱) $r(\theta) = B\sin\alpha\sec(\theta\sin\alpha - C)$

۲) $r(\theta) = \frac{B}{\sin\alpha}\sin(\theta\sin\alpha - C)$

۳) $r(\theta) = \frac{B}{\cos\alpha}\sec(\theta\sin\alpha - C)$

۴) $r(\theta) = \frac{B}{\sin\alpha}\sec(\theta\sin\alpha - C)$

۲۱- کدام منحنی $y(x)$ نیروی درگ ناشی از جریان سیال با سرعت v را مینیمم می‌کند؟ (فشار برابر $P = 2\rho v^2 \sin^2\theta$ است و فرض شود $\tan\theta = \sin\theta$ یعنی y' قابل ملاحظه ولی y'^2 صفر است.)



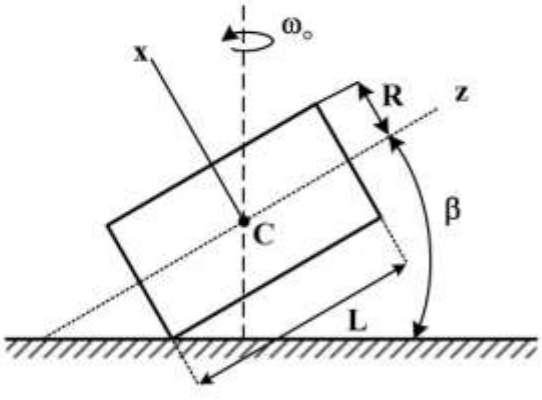
۱) $y = R(\frac{x}{\ell})^{\frac{1}{3}}$

۲) $y = R(\frac{x}{\ell})^{\frac{1}{4}}$

۳) $y = R(\frac{x}{\ell})^{\frac{3}{4}}$

۴) $y = R(\frac{x}{\ell})^{\frac{4}{3}}$

۲۲- استوانهٔ همگنی مطابق شکل زیر به طور مایل بر روی سطح زمین قرار دارد. محور استوانه حول محور قائمی که از مرکز جرم استوانه می‌گذرد با سرعت زاویه‌ای $\omega_\circ$ می‌چرخد به‌گونه‌ای که مرکز جرم استوانه هیچ‌گونه حرکتی نمی‌کند. با فرض اینکه لبهٔ استوانه بر روی زمین بدون لغزش می‌غلتد و زاویهٔ β بین محور استوانه و خط افقی ثابت می‌ماند، بردار سرعت زاویه‌ای استوانه کدام است؟ (طول استوانه L و شعاع آن R فرض شود.)



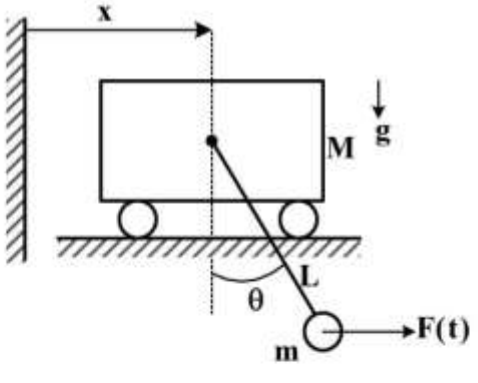
۱) $\omega_\circ \cos\beta\,\vec{i} + \omega_\circ \sin\beta\vec{k}$

۲) $\omega_\circ \cos\beta\,\vec{i} + \frac{L}{R}\omega_\circ \sin\beta\vec{k}$

۳) $\omega_\circ \cos\beta\,\vec{i} + \frac{L}{R}\omega_\circ \tan\beta\vec{k}$

۴) $\omega_\circ \cos\beta\,\vec{i} + \frac{L}{2R}\omega_\circ \cos\beta\vec{k}$

۲۳- مطابق شکل زیر یک پاندول ساده به جرم m و طول L به یک ارابه به جرم M که بر روی سطح افقی بر روی خط راست حرکت می‌کند، متصل شده است. نیروی همواره افقی $F(t)$ بر انتهای پاندول وارد می‌شود. برای توصیف حرکت ارابه و پاندول از مختصات تعمیم یافتهٔ x و θ استفاده می‌کنیم. نیروی تعمیم‌یافتهٔ متناظر با مختصات تعمیم‌یافتهٔ x و θ کدام است؟



۱) $Q_\theta = F(t)\ ,\ Q_x = \circ$

۲) $Q_\theta = F(t)L\cos\theta\ ,\ Q_x = F(t)$

۳) $Q_\theta = F(t)L\ ,\ Q_x = F(t)$

۴) $Q_\theta = \circ\ ,\ Q_x = F(t)$

۲۴- نیروی $\vec{F} = At\vec{i} + Bt\vec{j}$ که در آن A و B ثابت هستند، بر نقطهٔ مادی به جرم m وارد می‌شود. در لحظهٔ $t = \circ$ سرعت جرم برابر صفر است. کار انجام‌شده توسط نیرو تا لحظهٔ $t = T$ برابر کدام است؟

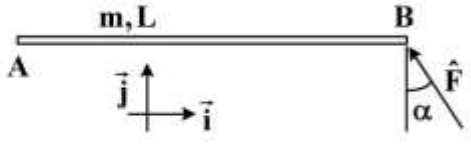
۱) $W = \frac{T^4}{8m}(A^2 + B^2)$

۲) $W = \frac{T^4}{m}(A^2 + B^2)$

۳) $W = \frac{T^4}{2m}(A^2 + B^2)$

۴) $W = \frac{T^4}{3m}(A^2 + B^2)$

۲۵- در شکل زیر، میلهٔ **AB** به طول **L** و جرم **m**، ابتدا در حالت سکون است. ضربهٔ $\hat{F}$ تحت زاویهٔ α به انتهای **B** وارد می‌شود. سرعت ایجاد شده در انتهای **B** کدام است؟ (توزیع جرم میله را یکنواخت فرض کنید.)



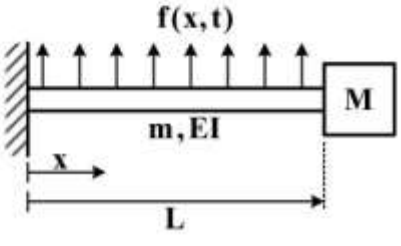
۱) $\vec{V}_B = \frac{\hat{F}}{m}\cos\alpha\,\vec{i}$

۲) $\vec{V}_B = \frac{\hat{F}}{m}(\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\vec{j})$

۳) $\vec{V}_B = \frac{\hat{F}}{m}(-\sin\alpha\,\vec{i} + ۴\cos\alpha\vec{j})$

۴) $\vec{V}_B = \frac{\hat{F}}{m}(\cos\alpha\,\vec{i} - \sin\alpha\vec{j})$

۲۶- معادلهٔ ارتعاش عرضی تیر مقابل که تحت بار گستردهٔ $f(x,t)$ است و جرم متمرکز **M** درانتهای آن قرار دارد، کدام است؟



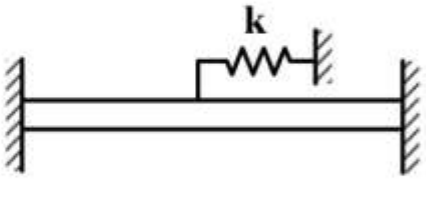
۱) $EI\frac{\partial^۲ y}{\partial x^۲} + f = m\frac{\partial^۲ y}{\partial t^۲}$

۲) $\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y}{\partial x^۲}\right] + f = m\frac{\partial^۲ y}{\partial t^۲}$

۳) $-\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y}{\partial x^۲}\right] - f = m\frac{\partial^۲ y}{\partial t^۲}$

۴) $-\frac{\partial^۲}{\partial x^۲}\left[EI\frac{\partial^۲ y}{\partial x^۲}\right] + f = m\frac{\partial^۲ y}{\partial t^۲}$

۲۷- نقطهٔ وسط یک میلهٔ یکنواخت به طول ℓ مطابق شکل زیر به فنر $k = \frac{۴EA}{\ell}$ متصل شده است. اولین فرکانس طبیعی میله با استفاده از خارج‌قسمت ریلی و تابع آزمایشی $u(x) = x(x-\ell)$ ، کدام است؟ (ρ : جرم واحد طول، **E**: مدول یانگ، **A**: سطح مقطع).



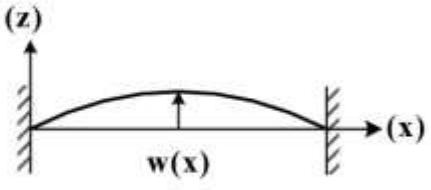
۱) $\sqrt{\frac{۲۵E}{۲\rho\ell^۲}}$

۲) $\sqrt{\frac{۲۸E}{۳\rho\ell^۲}}$

۳) $\sqrt{\frac{۳۵E}{۲\rho\ell^۲}}$

۴) $\sqrt{\frac{۳۸E}{۳\rho\ell^۲}}$

۲۸- معادلهٔ ارتعاشات عرضی نخ به‌طول L، مدول سطحی EA، چگالی بر واحد حجم ρ و کشش درونی P با در نظر گرفتن اثر افزایش کشش ناشی از کشیدگی نخ، کدام است؟



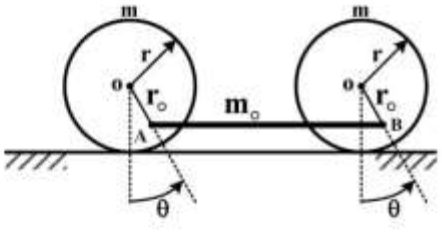
۱) $\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=(P+\frac{EA}{2}(\frac{\partial w}{\partial x})^2)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

۲) $\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\left[P+EA(\frac{\partial w}{\partial x})\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

۳) $\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\left[P+\frac{EA}{L}w\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

۴) $\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\left[P+\frac{EA}{3}(\frac{\partial w}{\partial x})^3\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$

۲۹- دیسک‌های یکنواخت در مکانیزم زیر دارای جرم m ، ممان اینرسی $J_G=\frac{1}{2}mr^2$ و میلهٔ رابط دارای جرم $m_\circ$ است. با فرض عدم لغزش و نوسانات کوچک، فرکانس نوسانات سیستم چقدر است؟



۱) $\omega_n=\sqrt{\frac{m_\circ g r_\circ}{3mr^2+m_\circ(r-r_\circ)^2}}$

۲) $\omega_n=\sqrt{\frac{m_\circ g r_\circ}{3mr^2}}$

۳) $\omega_n=\sqrt{\frac{m_\circ g r_\circ}{3m(r-r_\circ)^2}}$

۴) $\omega_n=\sqrt{\frac{m_\circ g r_\circ}{(3m+m_\circ)r^2}}$

۳۰- کدام رابطه مربوط به محاسبهٔ فرکانس طبیعی ارتعاش عرضی یک تیر با مقطع و جنس یکنواخت از روش تقریبی ریلی است؟ $W(x)$ تابع شکل مود تیر است که حدس زده می‌شود.

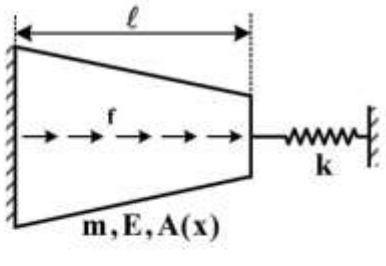
۱) $$\omega^2 = \frac{\rho A \int_0^\ell W^2 dx}{EI \int_0^\ell (\frac{d^2W}{dx^2})^2 dx}$$

۲) $$\omega^2 = \frac{EI \int_0^\ell (\frac{d^2W}{dx^2})^2 dx}{\rho A \int_0^\ell W^2 dx}$$

۳) $$\omega^2 = \frac{EI \int_0^\ell (\frac{d^2W}{dx^2})^2 dx}{\rho A \int_0^\ell W dx}$$

۴) $$\omega^2 = \frac{EI \int_0^\ell (\frac{d^2W}{dx^2}) dx}{\rho A \int_0^\ell W^2 dx}$$

۳۱- معادلهٔ خیز استاتیکی $u(x)$ که در آن تحت بار محوری گستردهٔ f قرار گرفته است، کدام است؟



۱) $$\frac{d}{dx}(EA\frac{du}{dx}) - f = 0$$

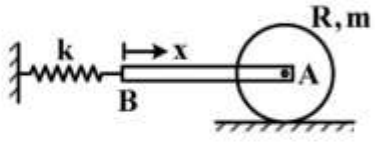
۲) $$\frac{d^2}{dx^2}(EA\frac{du}{dx}) - f = 0$$

۳) $$\frac{d^2}{dx^2}(EA\frac{du}{dx}) + f = 0$$

۴) $$\frac{d}{dx}(EA\frac{du}{dx}) + f = 0$$

۳۲- میلهٔ یکنواخت (ℓ, A, ρ معلوم) در طرف راست به مرکز دیسک لولا شده و دیسک روی زمین غلتش ناب دارد. شرایط مرزی میله برای ارتعاش طولی کدام است؟

دیسک $I_A = \frac{1}{2}mR^2$



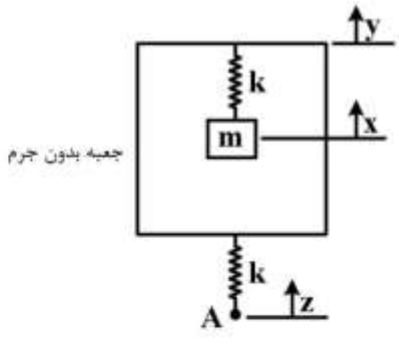
۱) $EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(0,t)} = k.u\Big|_{(0,t)} \quad , \quad -EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(\ell,t)} = \frac{3}{2}m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\Big|_{(\ell,t)}$

۲) $-EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(0,t)} = k.u\Big|_{(0,t)} \quad , \quad EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(\ell,t)} = \frac{3}{2}m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\Big|_{(\ell,t)}$

۳) $EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(0,t)} = ku\Big|_{(0,t)} \quad , \quad -EA\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{(\ell,t)} = \frac{m}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\Big|_{(\ell,t)}$

۴) شرط مرزی سمت راست به R بستگی دارد.

۳۳- اگر به نقطهٔ A در جهت z جابه‌جایی ناگهانی و ثابت h بدهیم، پاسخ بدون شرایط اولیهٔ x(t) جرم m، کدام است؟



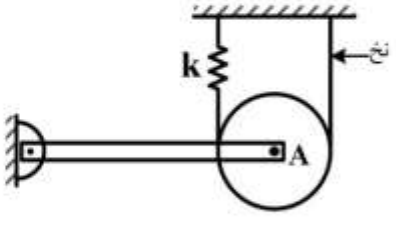
۱) $h(1-\cos\sqrt{\frac{2k}{m}}t)$

۲) $h(1-\sin\sqrt{\frac{k}{2m}}t)$

۳) $h(1-\cos\sqrt{\frac{k}{2m}}t)$

۴) $h(1-\sin\sqrt{\frac{2k}{m}}t)$

۳۴- دیسکی یکنواخت به جرم m روی نخی که به فنر k متصل است، غلتش ناب دارد. اگر مرز دیسک (A) به تیری یکنواخت به جرم m لولا شده باشد و به نقطهٔ A نیروی قائم هارمونیک $F = F_0 \sin\omega t$ وارد شود، دامنهٔ پاسخ پایدار نقطهٔ A کدام است؟



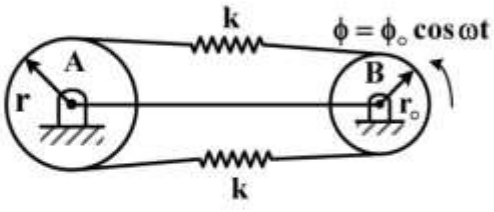
۱) $\frac{F_0}{k-2m\omega^2}$

۲) $\frac{6F_0}{24k-11m\omega^2}$

۳) $\frac{12F_0}{48-7m\omega^2}$

۴) $\frac{18F_0}{72k-13m\omega^2}$

۳۵- دیسک A دارای شعاع r و جرم m بوده و توسط دیسک B به‌صورت هارمونیک تحریک می‌گردد. شعاع ژیراسیون دیسک A برابر b است. دامنهٔ پاسخ حالت ماندگار دیسک A به تحریک هارمونیک کدام است؟



۱) $\overline{\theta} = \phi_\circ$

۲) $\omega_n = \frac{r}{2b}\sqrt{\frac{k}{m}}$ که در آن $\overline{\theta} = \phi_\circ \frac{(\frac{r_\circ}{r})^2}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

۳) $\omega_n = \frac{r}{b}\sqrt{\frac{k}{2m}}$ که در آن $\overline{\theta} = \phi_\circ \frac{2(\frac{r_\circ}{r})^2}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

۴) $\omega_n = \frac{r}{b}\sqrt{\frac{2k}{m}}$ که در آن $\overline{\theta} = \phi_\circ \frac{\frac{r_\circ}{r}}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2}$

۳۶- چنانچه سیستم زیر را فیدبک خطی کنیم، وضعیت تعادل دینامیک صفر آن چیست؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + u \\ \dot{x}_3 = x_1 + x_2 x_3 - x_3^3 \end{cases}$$
$$y = x_1$$

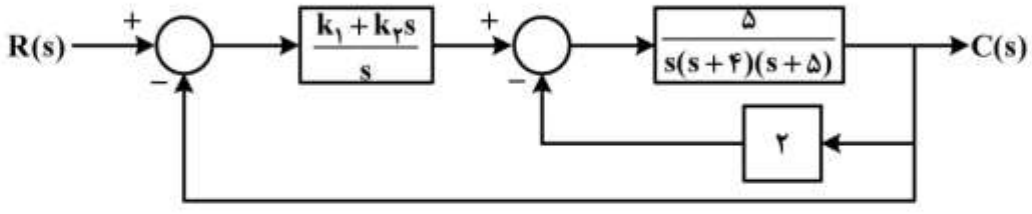
۱) نقطه: پایدار

۲) نقطه: ناپایدار

۳) مجموعه نقاط روی خط: پایدار

۴) مجموعه نقاط در صفحه: ناپایدار

۳۷- دیاگرام جعبه‌ای یک سیستم کنترل فیدبک در شکل زیر نمایش داده شده است. معادلات حالت این سیستم در فرم **Controllable Canonical** کدام است؟



۱)
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -5k_1 & -10-5k_2 & -20 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u(t)\ ,\ C(t)=\begin{bmatrix}5k_1 & 5k_2 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$

۲)
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & -5k_1\\ 1 & 0 & 0 & -10-5k_2\\ 0 & 1 & 0 & -20\\ 0 & 0 & 1 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5k_1\\ 5k_2\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t)\ ,\ C(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$

۳)
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5k_1 & 0 & 0 & 0\\ -10-5k_2 & 0 & 0 & 1\\ -20 & 0 & 1 & 0\\ -9 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5k_1\\ 5k_2\\ 0\\ 0\end{bmatrix}u(t)\ ,\ C(t)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$

۴)
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -5k_1 & -10-5k_2 & -20 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 1\\ 1\\ 1\end{bmatrix}u(t)\ ,\ C(t)=\begin{bmatrix}10k_1 & 10k_2 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix}$$

۳۸- برای اثبات پایداری سیستم دینامیکی به فرم $m\ddot{x}+b\dot{x}|\dot{x}|+k_0x+k_1x^3=0$ حول حالت تعادل $x=0$ و $\dot{x}=0$ ، کدام تابع زیر می‌تواند به عنوان تابع لیاپانوف در نظر گرفته شود؟

۱) $V(x)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}k_0x^2$

۲) $V(x)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{4}k_1x^4$

۳) $V(x)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}k_0x^2+\frac{1}{4}k_1x^4$

۴) $V(x)=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}k_0x^2+\frac{1}{2}k_1x^2$

۳۹- در کدام‌یک از توابع تبدیل زیر، شرایط کنترل‌پذیری کامل وجود دارد؟

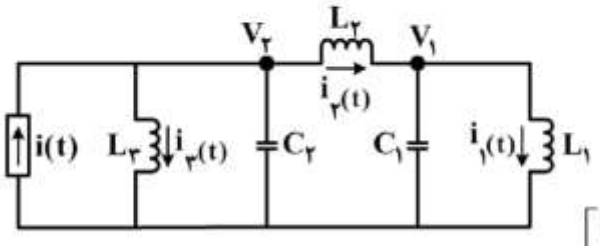
۱) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+1}{s^2+3s+2}$

۲) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+2}{s^2+2s+1}$

۳) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+3}{s^2+4s+3}$

۴) $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+1}{s^2+5s+4}$

۴۰- مدار الکتریکی نشان داده شده در شکل را در نظر بگیرید. ورودی این مدار $i(t)$ و خروجی آن ولتاژ $V_1(t)$ است. با فرض شرایط اولیهٔ صفر، متغیرهای حالت سیستم را $x_1(t)=V_1(t)$ ، $x_2(t)=V_2(t)$ ، $x_3(t)=i_1(t)$ و $x_4(t)=i_2(t)$ در نظر بگیرید. معادلات حالت سیستم کدام است؟



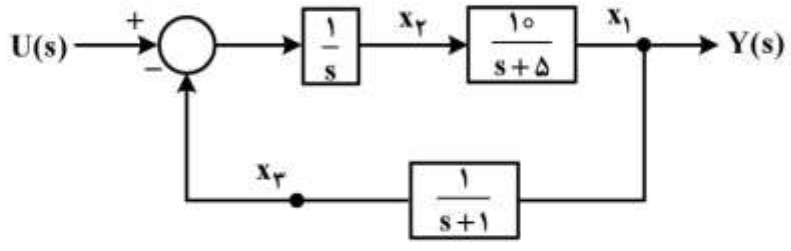
۱)
$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} \frac{L_2+L_3}{L_3C_2} & \frac{1}{L_1} & \frac{L_3+L_2}{L_3} & \frac{1}{C_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & \frac{1}{C_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} \frac{1}{C_2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

۲)
$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{L_1}{L_3C_2} & \frac{L_2+L_3}{L_3C_2} \\ \frac{1}{C_1} & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

۳)
$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{-L_1}{L_3C_2} & \frac{L_1+L_2}{L_3} \\ \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_1} \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

۴)
$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{C_1} & \frac{1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{-L_1}{L_3C_2} & \frac{-L_2-L_3}{L_3C_2} \\ \frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

۴۱- متغیرهای حالت و خروجی سیستمی که در دیاگرام جعبه‌ای زیر نشان داده شده است، عبارتند از: x_1 ، x_2 ، x_3 و y. معادلات حالت سیستم کدام است؟



۱) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ -5 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 10\\ 1\end{bmatrix}U(s)$ و $y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 10 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}U(s)$ و $y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -5 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 10\\ 1\end{bmatrix}U(s)$ و $y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & -5 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}U(s)$ و $y=\begin{bmatrix}1 & 10 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

۴۲- تابع تبدیل حلقه‌بستهٔ یک سیستم کنترل به فرم $\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)}=\frac{0/2}{(s+5)(s^2+s+0/5)}$ است. مقدار میرایی و ثابت زمانی این سیستم کدام است؟

۱) $\zeta=1$ و $\tau=0/2s$

۲) $\zeta=0/85$ و $\tau=0/5s$

۳) $\zeta=0/5$ و $\tau=1s$

۴) $\zeta=0/707$ و $\tau=2s$

۴۳- ماتریس G در سیستم زیر برای اینکه مقادیر ویژهٔ (eigenvalues) ماتریس $A-BG$ در نقاط (۱-)، (۱-)و $(-۱\pm j)$ قرار گیرند، کدام است؟

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$
$$u(t)=-Gx(t)$$
$$A=\begin{bmatrix}۰ & ۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰ & ۱\\ ۰ & -۳ & -۴ & -۱۰\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}۰\\ ۰\\ ۰\\ ۱\end{bmatrix}$$
$$G=\begin{bmatrix}g_۱ & g_۲ & g_۳ & g_۴\end{bmatrix}$$

۱) $\begin{bmatrix}۲ & ۳ & ۳ & -۶\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}۲ & ۶ & ۷ & ۴\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۴ & ۷ & ۶ & ۲\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}۰ & ۳ & ۴ & ۱۰\end{bmatrix}$

۴۴- مدل دینامیکی حرکت یک هواپیما که ارتفاع آن از سطح زمین قابل اندازه‌گیری بوده و بردار متغیرهای حالت آن به‌صورت [زاویهٔ حمله ; ارتفاع ; سرعت طولی] = X در نظر گرفته شده و به شرح زیر محاسبه شده است. کدام گزینه در مورد ماتریس‌های لازم برای طراحی مشاهده‌گر کاهش مرتبه، صحیح است؟

$$A=\begin{bmatrix}-۱ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۲ & ۱\\ -۶ & -۸ & ۱\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}۰\\ ۰\\ ۱\end{bmatrix}$$

۱)
$$A_{aa}=[-۱]\quad A_{ab}=\begin{bmatrix}-۸ & -۶\end{bmatrix}\quad B_a=[۱]$$
$$A_{ba}=\begin{bmatrix}۱\\ ۰\end{bmatrix}\quad A_{bb}=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & -۱\end{bmatrix}\quad B_b=\begin{bmatrix}۰\\ ۰\end{bmatrix}$$

۲)
$$A_{aa}=[-۱]\quad A_{ab}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\end{bmatrix}\quad B_a=[۰]$$
$$A_{ba}=\begin{bmatrix}-۶\\ ۰\end{bmatrix}\quad A_{bb}=\begin{bmatrix}-۱ & -۸\\ ۱ & ۲\end{bmatrix}\quad B_b=\begin{bmatrix}۱\\ ۰\end{bmatrix}$$

۳)
$$A_{aa}=[۲]\quad A_{ab}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\end{bmatrix}\quad B_a=[۰]$$
$$A_{ba}=\begin{bmatrix}۱\\ -۸\end{bmatrix}\quad A_{bb}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ -۶ & ۱\end{bmatrix}\quad B_b=\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}$$

۴)
$$A_{aa}=[۲]\quad A_{ab}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\end{bmatrix}\quad B_a=[۰]$$
$$A_{ba}=\begin{bmatrix}۱\\ -۸\end{bmatrix}\quad A_{bb}=\begin{bmatrix}-۱ & ۰\\ -۶ & -۱\end{bmatrix}\quad B_b=\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}$$

۴۵- برای سیستم روبه‌رو، کروشهٔ لی کدام است؟

$$\dot{x}_1 = x_1^2 + 3x_2 + \sin(x_1 + x_2)$$
$$\dot{x}_2 = x_1 x_2 + x_1 \cos x_2 + \exp(x_2)u$$

۱) $$[f,g] = \begin{bmatrix} \exp(x_2)(3 + \cos(x_1 + x_2)) \\ -x_1 \exp(x_2)(x_2 + \cos x_2 + \sin x_2 - 1) \end{bmatrix}$$

۲) $$[f,g] = \begin{bmatrix} -\exp(x_2)(3 + \cos(x_1 + x_2)) \\ x_1 \exp(x_2)(x_2 + \cos x_2 + \sin x_2 - 1) \end{bmatrix}$$

۳) $$[f,g] = \begin{bmatrix} \exp(x_2)(3 - \cos(x_1 + x_2)) \\ -x_1 \exp(x_2)(x_2 + \cos x_2 - \sin x_2 + 1) \end{bmatrix}$$

۴) $$[f,g] = \begin{bmatrix} -\exp(x_2)(3 - \cos(x_1 + x_2)) \\ x_1 \exp(x_2)(x_2 + \cos x_2 - \sin x_2 + 1) \end{bmatrix}$$

کلید اولیه آزمون دکتراي سال 1398

کلید اولیه آزمون دکتراي سال 1398

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون دکتري سال 1398 می رساند، این کلید اولیه غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران، کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می توانید حداکثر تا تاریخ 1397/12/15 با مراجعه به سیستم پاسخگویي اینترنتي به نشاني request.sanjesh.org و تکمیل فرم بررسي کلید سوالات آزمون دکتري سال 1398 اقدام نمایید.
لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق اینترنت و فرم مربوطه دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر رسیدگی نخواهد شد.

عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
مهندسي مکانیك -دینامیك کنترل وارتعاشات	A	1	فنی و مهندسی

شماره سوال	گزینه صحیح
1	2
2	4
3	4
4	3
5	1
6	1
7	2
8	3
9	1
10	2
11	2
12	4
13	1
14	4
15	3
16	2
17	1
18	4
19	1
20	4
21	3
22	4
23	2
24	1
25	3
26	4
27	3
28	1
29	1
30	2

شماره سوال	گزینه صحیح
31	4
32	1
33	3
34	2
35	4
36	1
37	1
38	3
39	2
40	4
41	2
42	4
43	1
44	3
45	2

خروج

© 2019 Sanjesh Organization

سایت سازمان سنجش آموزش کشور