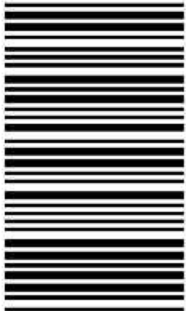


کد کنترل

325

E



325E

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی صنایع – کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲و۱) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای ماتریس  $A$  با کدام ویژگی، لزوماً بردار  $x$  ای وجود ندارد که به ازای آن فاصله اقلیدسی بردار  $Ax$  از بردار  $b$  مساوی صفر شود؟

(۱)  $|AA^T| = |A^T A| = 0$

(۲)  $\Lambda$  معکوس پذیر باشد.

(۳)  $A$  دارای رتبه ستونی کامل و  $|AA^T| = 0$  باشد.

(۴)  $\Lambda$  دارای رتبه سطری کامل باشد ولی معکوس پذیر نباشد.

۲- در یک اورژانس شبانه‌روزی، حداقل تعداد کارکنان مورد نیاز در هر یک از ۶ بازه ۴ ساعته ۶-۲، ۲-۱۰، ۱۰-۱۴، ۱۴-۱۸، ۱۸-۲۲ و ۲۲-۲۴ در طی یک شبانه‌روز با توجه به داده‌های تاریخی تخمین زده شده است. هر کارکن تنها باید ۸ ساعت متوالی در روز کار کند. در صورتی که به دنبال تعیین کمترین تعداد کارکنان مورد نیاز با استفاده از برنامه‌ریزی خطی باشیم، مدل حاصل چند محدودیت اصلی (غیر از محدودیت‌های دامنه متغیرها) خواهد داشت؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳- یک مسئله سرمایه‌گذاری در قالب زیر مدل شده است:

$$\max z = 2/1x_1 + 1/5x_2 + 1/15x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 33/5x_1 + 25x_2 + 17/5x_3 \leq 780$$

$$x_1 + 0/8x_2 + 1/5x_3 \leq 40$$

که در آن هر سه متغیر، عدد صحیح نامنفی هستند. چنانچه بخواهیم متغیر  $x_2$  را براساس متغیرهای صفر و یک بیان کنیم، حداقل چه تعداد متغیر نیاز است؟

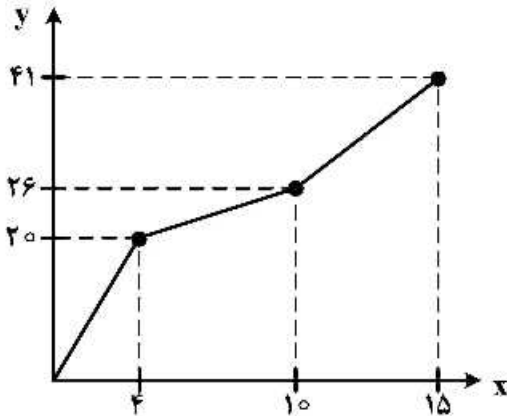
(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۴- همان طور که در نمودار زیر نمایش داده شده است، کمیت  $y$  تابعی از متغیر مستقل  $x$  است. به منظور مدل سازی خطی این رابطه، متغیر  $x$  را به صورت  $d_1 + d_2 + d_3$  می توان نوشت که در این صورت رابطه خطی  $y = 5d_1 + d_2 + 3d_3$  را خواهیم داشت. کدام دسته از محدودیت ها برای تکمیل مدل سازی لازم است؟  
 ( $w_1, w_2 \in \{0, 1\}$ )



$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4w_2$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (2)$$

$$5w_2 \leq d_3 \leq 5$$

$$0 \leq d_1 \leq 4w_1$$

$$6w_1 \leq d_2 \leq 6w_2 \quad (3)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6w_1 \quad (4)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

۵- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } \|x\|_p \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

که در آن تمامی  $c_1, \dots, c_n$  غیر صفر و  $\|x\|_p$  برای هر  $p > 0$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

اگر  $z^*(p)$  مقدار بهینه مدل فوق باشد، آنگاه این کمیت نسبت به  $p$  تابعی ..... است.

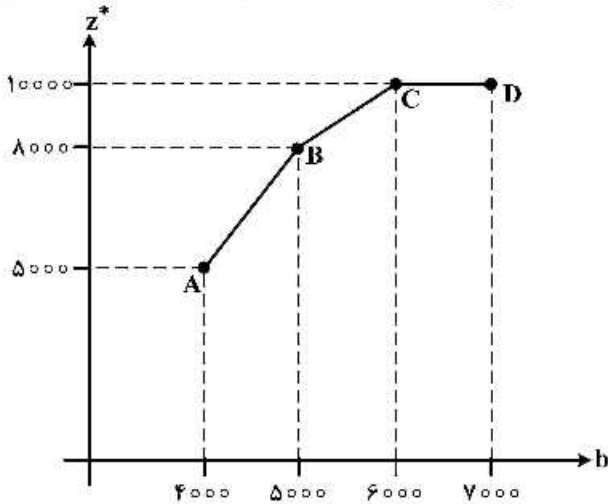
(۲) صعودی

(۱) نزولی

(۴) اکیداً صعودی

(۳) اکیداً نزولی

۶ در یک مدل برنامه ریزی خطی با تابع هدف بیشینه سازی، منحنی تغییرات مقدار بهینه تابع هدف  $Z^*$  بر حسب مقدار سمت راست یک محدودیت نامساوی  $\leq$  که آن را  $b$  می نامیم، به صورت زیر نمایش داده شده است. قیمت سایه ای (shadow price) این محدودیت در بازه  $A$  تا  $D$  تابعی ..... بوده و مقدار آن در بازه  $B$  تا  $C$  برابر ..... است.



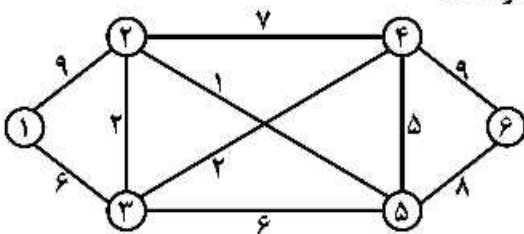
- (۱) غیرنزولی، ۳
- (۲) غیرنزولی، ۳۰۰۰
- (۳) غیرصعودی، ۲
- (۴) غیرصعودی، ۲۰۰۰

۷- جدول سیمپلکس مرتبط با یک مدل برنامه ریزی خطی بیشینه سازی با تابع هدف  $Z = bx_1 + x_2 + 4x_3$  به صورت زیر است. جواب  $s_1, s_2, x_1, x_2, x_3$  متناظر با این جدول چه وضعیتی دارد؟

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	RHS
	۳	۱۰			۱	۰
	۰/۸	-۰/۲۵				۴
$Z$	۹	$a$	۰	۰	۳	۱۶

- (۱) بهینه غیرتابنده
- (۲) بهینه غیریکتا
- (۳) بهینه تابنده
- (۴) غیربهینه تابنده

۸- در شبکه زیر، گره ها نشان دهنده روستاهای یک منطقه جغرافیایی است و اعداد روی یال ها هزینه احداث جاده بین دو روستا (در صورت امکان) را نشان می دهد. هدف برقراری راه ارتباطی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم بین تمام روستاهاست. حداقل سرمایه گذاری لازم برای این پروژه چقدر است؟



- (۱) ۲۳
- (۲) ۲۱
- (۳) ۱۹
- (۴) ۱۶

۹- چه تعداد از توابع زیر همواره محدب هستند؟

$e^{ax} \quad (a \in \mathbb{R}) \quad x \in \mathbb{R}$

$x^{-a} \quad (a < 0) \quad x > 0$

$|x|^a \quad (a > 0) \quad x \in \mathbb{R}$

$x \log x \quad x > 0$

$\log x \quad x > 0$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰- در یک مسئله حمل‌ونقل که هزینه‌های ارسال کالا و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است، به ازای چه مقادیری از  $\lambda$  جواب حاصل از روش گوشه شمال غربی بهینه است؟

	مقصد	۱	۲	۳	عرضه
مبدأ					
۱		$5-\lambda$	۱۱	۹	۱۰
۲		۱۳	۷	۳	۲۰
۳		۲۱	۱۴	۶	۳۰
	تقاضا	۲۵	۱۵	۲۰	

(۱)  $\lambda \leq 5$

(۲)  $\lambda \leq 8$

(۳)  $\lambda \geq -18$

(۴)  $\lambda \geq -12$

۱۱- اگر ماتریس  $A$  معین مثبت باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱)  $A^k$  (k عدد طبیعی دلخواه) معین مثبت است.

(۲) ماتریس  $B$  وجود دارد که  $A = B^T B$  است.

(۳) به ازای هر بردار  $x$ ،  $\Lambda + xx^T$  معین مثبت است.

(۴) بزرگ‌ترین درایه در هر سطر، روی قطر اصلی قرار دارد.

۱۲- در یک شرکت رنگ‌سازی هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تهیه یک رنگ، بستگی به رنگ ساخته شده قبلی توسط آن دستگاه دارد. کمترین هزینه برای ساخت سه رنگ سیاه، قرمز و سفید چقدر است؟

هزینه ساخت

رنگ ساخته شده قبلی	رنگ سیاه	قرمز	سفید
هیچ‌کدام	۱۰	۸	۶
سیاه	-	۹	۸
قرمز	۱۳	-	۷
سفید	۱۱	۱۰	-
سیاه و قرمز	-	-	۱۱
سیاه و سفید	-	۱۲	-
قرمز و سفید	۱۴	-	-

(۱) ۲۹

(۲) ۳۲

(۳) ۳۰

(۴) ۲۷

۱۳- در کمینه‌سازی تابع  $f(x,y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$  با استفاده از روش گرادیان در یک تکرار در صورت شروع از

نقطه  $(2,3)^T$ ، چه میزان تابع هدف بهبود می‌یابد؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۱۴- فرض کنید  $Z^*$  مقدار بهینه مدل زیر است:

$$P \quad \min z = f(x) \\ \text{s.t. } x \in S$$

که در آن  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  می باشد. همچنین فرض کنید  $w_k^*$  برای  $k = 1, \dots, n-1$  مقادیر بهینه مدل های زیر هستند:

$$L_k \quad \min w_k = x_k \quad L_1 \quad \min w_1 = x_1 \\ (k \geq 2) \text{ s.t. } x \in S \quad \text{s.t. } x \in S \\ f(x) = z^* \quad f(x) = z^* \\ x_1 = w_1^*, \dots, x_{k-1} = w_{k-1}^*$$

آنگاه:

- (۱) هر جواب بهینه مدل  $P$  برای همه مدل های  $L_k$  بهینه است.
- (۲) هر جواب بهینه مدل  $P$  برای همه مدل های  $L_k$  لزوماً بهینه نیست.
- (۳) جواب های بهینه مدل های  $P$  و  $L_k$  با هم هم پوشانی ندارند.
- (۴) هر جواب بهینه مدل  $P$  حداقل برای یکی از  $L_k$  بهینه است.

۱۵- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n e_{ij} x_j \leq d_i \quad i = m+1, \dots, q \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

فرض کنید  $y_i$  متغیر دوگان نظیر محدودیت  $i = 1, \dots, m$  و  $w_i$  متغیر دوگان نظیر محدودیت  $i = m+1, \dots, q$  باشد. همچنین در نظر بگیرید،  $x^*$  یک جواب بهینه برای مدل فوق است و  $y_i^*$  و  $w_i^*$  جواب های بهینه دوگان متناظر هستند. برای کدام  $c'_j$ ، جواب  $x^*$  برای مدل زیر بهینه باقی می ماند؟

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c'_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۲)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \quad (۱)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* + \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۴)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۳)$$

۱۶- برای داده‌های ۸، ۱۰، ۶، ۸، ۵، ۴، ۸، ۴ و ۳ میانگین قدر مطلق انحراف‌ها از میانه کدام است؟

- (۱) ۰
- (۲) ۲
- (۳)  $\frac{۲}{۹}$
- (۴)  $\frac{۵}{۹}$

۱۷- ۶ نفر به ترتیب وارد یک اتاق می‌شوند. احتمال اینکه فرد a بعد از فرد b (و نه حتماً بلافاصله) وارد شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱}{۲}$
- (۲)  $\frac{۱}{۳}$
- (۳)  $\frac{۱}{۴}$
- (۴)  $\frac{۱}{۶}$

۱۸- از ظرفی شامل ۴ توپ قرمز، ۲ توپ سفید و ۲ توپ آبی، ۴ توپ به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که از هر رنگ حداقل یک توپ انتخاب شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{۳}{۸}$
- (۲)  $\frac{۴}{۷}$
- (۳)  $\frac{۱}{۳۲}$
- (۴)  $\frac{۵}{۳۲}$

۱۹- روی ۱۰ کارت اعداد ۱ تا ۱۰ نوشته شده و در یک ردیف و به تصادف چیده می‌شوند. به‌طور متوسط چند کارت حاوی اعداد زوج در جای خود قرار می‌گیرند؟

- (۱)  $\frac{۱}{۲}$
- (۲)  $\frac{۸}{۲۰}$
- (۳)  $\frac{۹}{۲۰}$
- (۴)  $\frac{۱۱}{۲۰}$

۲۰- فرض کنید واریانس  $X - ۲$  مساوی ۵ و متوسط (میانگین)  $\frac{۱}{۳}X + ۲$  مساوی ۴ باشد، متوسط  $X^2 + X + ۱$  کدام است؟

- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۶

۲۱- یک پرنده  $Y$  تا تخم می‌گذارد. فرض کنید  $Y \sim p(\lambda)$  هر تخم با احتمال  $p$  به یک جوجه زنده منجر می‌شود. اگر  $X$  تا از جوجه‌ها زنده بمانند، میانگین  $X$  کدام است؟

(۱)  $\lambda$

(۲)  $\lambda p$

(۳)  $\lambda + p$

(۴)  $\frac{\lambda p}{2}$

۲۲- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر است. مقدار  $E(X)$  کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+3}{8} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

(۲)  $\frac{15}{16}$

(۴)  $\frac{23}{16}$

(۱)  $\frac{7}{16}$

(۳)  $\frac{27}{16}$

۲۳- فرض کنید  $(X, Y)$  یک متغیر تصادفی نرمال با اطلاعات  $X \sim N(10, 12)$ ،  $Y \sim N(-5, 5)$  و  $\text{cov}(X, Y) = 4$  باشند. مقدار  $P(X + Y > 5)$  کدام است؟ ( $\Phi(\cdot)$  نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

(۱)  $\Phi(0.5)$

(۲)  $1 - \Phi(0)$

(۳)  $2\Phi(0) - 1$

(۴)  $\frac{1}{2}(1 - \Phi(0))$

۲۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی  $X \sim F(60, 1)$  و  $Y \sim t(60)$  داده شده‌اند؛ به طوری که در رابطه زیر صدق می‌کنند.

$$4P\{Y > 2\} = P\{X > 62.79\} = 0.1$$

مقدار  $P\{\frac{1}{X} < 4\}$ ، کدام است؟

(۱) ۰.۹۷۵

(۲) ۰.۹۹

(۳) ۰.۹۵

(۴) ۰.۷۵



۲۵- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $\text{Beta}(\theta, 1)$  با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر

$$F_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \theta > 0$$

کدام است؟  $\frac{1}{\theta}$ ، ماکزیمم درست‌نمایی.

$$\frac{1}{n} \ln \left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۲)$$

$$-\frac{1}{n} \ln \left( \sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (۳)$$

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (۴)$$

۲۶- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است. مقدار  $p(X + Y \leq 1 | X \leq \frac{1}{2})$  کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

۲۷- فرض کنید  $X \sim U(0, \theta)$  باشد. اگر بازه  $(0, kX)$  یک بازه اطمینان  $100(1-\alpha)\%$  برای  $\theta$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

$$\frac{1}{\alpha} \quad (۱)$$

$$\alpha \quad (۲)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \quad (۳)$$

$$1-\alpha \quad (۴)$$

۲۸- یافته‌های زیر، خلاصه اطلاعات به دست آمده از دو نمونه تصادفی مستقل از دو جمعیت نرمال با واریانس‌های

یکسان هستند. برای آزمون برابری میانگین‌ها، مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$n = 21, \bar{x} = 33, s_1 = 5$$

$$m = 31, \bar{y} = 35, s_2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 31}{7 \times 26}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 21}{8 \times 26}} \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{21 \times 31}{5 \times 26}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{5 \times 31}{7 \times 26}} \quad (۳)$$

۲۹- فرض کنید  $X \sim \text{Bin}(5, p)$  باشد. برای آزمون  $H_0: p = \frac{1}{3}$  در مقابل  $H_1: p = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم  $X \geq k$  و  $x = 4$  مشاهده شود، مقدار  $-p$  (p-value) آزمون کدام است؟

(۱)  $\frac{11}{81}$

(۲)  $\frac{32}{81}$

(۳)  $\frac{11}{243}$

(۴)  $\frac{32}{243}$

۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ،  $i = 1, 2, \dots, 10$ ، مقدار آماره آزمون از جدول آنالیز واریانس مدل برابر ۴ به دست آمده است. ضریب تعیین کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۳۱- ۵ نقطه تقاضا با وزن یکسان در شهر وجود دارد. می خواهیم یک مکان سرویس برای امداد جابجایی کنیم. (با فرض فاصله مختصاتی) مکان بهینه کدام است؟ در صورتی که مختصات نقاط تقاضا به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} p_1 = (3, 2) & w_1 = 1 \\ p_2 = (6, 2) & w_2 = 1 \\ p_3 = (4, 4) & w_3 = 1 \\ p_4 = (8, 1) & w_4 = 1 \\ p_5 = (5, 7) & w_5 = 1 \end{cases}$$

(۲) جواب مسئله یک سطح مربع یا مستطیل است.

(۴) جواب مسئله یک نقطه است.

(۱) جواب مسئله یک پاره خط است.

(۳) جواب مسئله یک خط است.

۳۲- قرار است ۳ تسهیلات جدید که با یکدیگر در ارتباطند بین تسهیلات موجود مستقر شوند. اگر  $x$  بیانگر محل قرارگیری مختصه  $x$  تسهیلات جدید  $j$ ام باشد و تابع هدف مسئله با در نظر گرفتن فاصله متعامد به صورت زیر نوشته شود:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5|x_1| + 3|x_1 - 4| + |x_2 - 3| + 6|x_2 - 6| + 2|x_2 - 10| + 2|x_3| + 3|x_3 - 10| + 4|x_1 - x_2| + 3|x_2 - x_3|$$

در صورتی که مختصه  $x$  تسهیلات جدید ۱ و ۳ به ترتیب بر روی ۳ و ۴ قرار گیرد  $(x_1 = 3, x_3 = 4)$ ، آنگاه مقدار بهینه  $x_2$  کدام گزینه است؟

- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

۳۳- تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی **ABSMODEL I** که به منظور فرموله کردن مسئله طراحی استقرار تک ردیفه استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

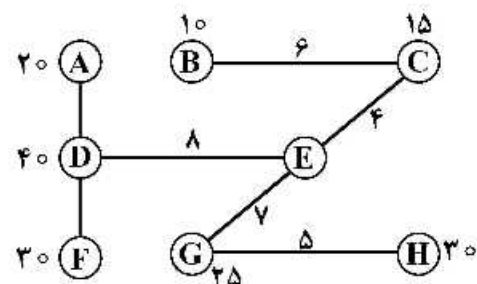
$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} f_{ij} |x_i - x_j|$$

$$\text{s.t.} : |x_i - x_j| \geq \delta(l_i + l_j) + d_{ij}, \forall i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$$

در یک مسئله‌ای با  $n$  تسهیلات جدید، حداکثر تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های مسئله **LMIP I** کدام گزینه است؟

- (۱)  $\binom{n}{2}, n$
- (۲)  $\binom{n}{2}, (n+2)\binom{n}{2}$
- (۳)  $2\binom{n}{2}, n + \binom{n}{2}$
- (۴)  $3\binom{n}{2}, (n+3)\binom{n}{2}$

۳۴- در شبکه داده شده زیر، تقاضای گره **E** چند درصد تقاضای گره **D** باشد تا مسئله **median-1**، جواب بهینه چندگانه داشته باشد؟



- (۱) ۱۰٪
- (۲) ۲۵٪
- (۳) ۵۰٪
- (۴) ۱۰۰٪

۳۵- چنانچه در یک مسئله پوشش کامل مجموعه، ماتریس ضرایب به صورت زیر باشد، آنگاه با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مدل، ماتریس کاهش یافته چند در چند خواهد بود؟

	A	B	C	D	E	F
A	۱	۱	۱	۱	۰	۰
B	۱	۱	۱	۱	۱	۰
C	۱	۱	۱	۰	۱	۱
D	۱	۱	۰	۱	۱	۱
E	۰	۱	۱	۱	۱	۱
F	۰	۰	۱	۱	۱	۱

۵×۵ (۴)

۴×۴ (۳)

۳×۳ (۲)

۲×۲ (۱)

۳۶- با یک مدل جابه جایی تکی در حالت مجذور فاصله مستقیم (مجذور فاصله اقلیدسی) روبه رو هستیم. محل بهینه

استقرار ماشین جدید  $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$  به دست آمده است. با توجه به وزن برابر بین ماشین جدید و ۳ ماشین موجود،

$X_3$  و  $Y_3$  برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ اگر ۳ ماشین موجود در نقاط:

$$P_1 = (2, 4), P_2 = (x_2, 4), P_3 = (2, y_2)$$

مستقر باشند.

$$y_2 = 1, x_2 = 1 \quad (2)$$

$$y_2 = 0, x_2 = 0 \quad (1)$$

$$y_2 = 4, x_2 = 2 \quad (4)$$

$$y_2 = 0, x_2 = \frac{1}{2} \quad (3)$$

۳۷- به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن خاصیت حکیمی (بهینگی بر روی گره) در حل یک مسئله میانه با ۳ تسهیل

(3 - median) بر روی شبکه ای متشکل از ۲۰ یال و ۱۰ گره، تعداد کل جواب های بالقوه جهت جابجایی

تسهیلات برابر کدام است؟

$$120 \text{ و } 720 \quad (2)$$

$$720 \text{ و } 120 \quad (1)$$

$$120 \text{ بی نهایت و } 120 \quad (4)$$

$$120 \text{ بی نهایت} \quad (3)$$

۳۸- چنانچه فرمولاسیون ریاضی مسئله پوشش مجموعه به صورت زیر نوشته شود:

$$\min \sum_{j \in J} y_j$$

$$\text{s.t.} : \sum_{j \in J} a_{ij} y_j \geq 1 \quad \forall i \in I$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J$$

دو ستون  $i$  و  $k$  را در نظر بگیریم که در آن به ازای کلیه مقادیر  $i \in I$  داشته باشیم  $a_{i1} \leq a_{ik}$  و برای حداقل یکی

از آن ها رابطه  $a_{i1} < a_{ik}$  برقرار باشد. همچنین دو محدودیت  $m$  و  $n$  را داشته باشیم به نحوی که به ازای کلیه نقاط

$j \in J$  رابطه  $a_{mj} \leq a_{nj}$  برقرار باشد و برای حداقل یکی از نقاط  $j \in J$ ،  $a_{mj} < a_{nj}$  باشد. آنگاه کدام یک از

محدودیت ها را می توان حذف نمود و مقدار کدام یک از متغیرهای تصمیم در جواب بهینه برابر صفر خواهد شد؟

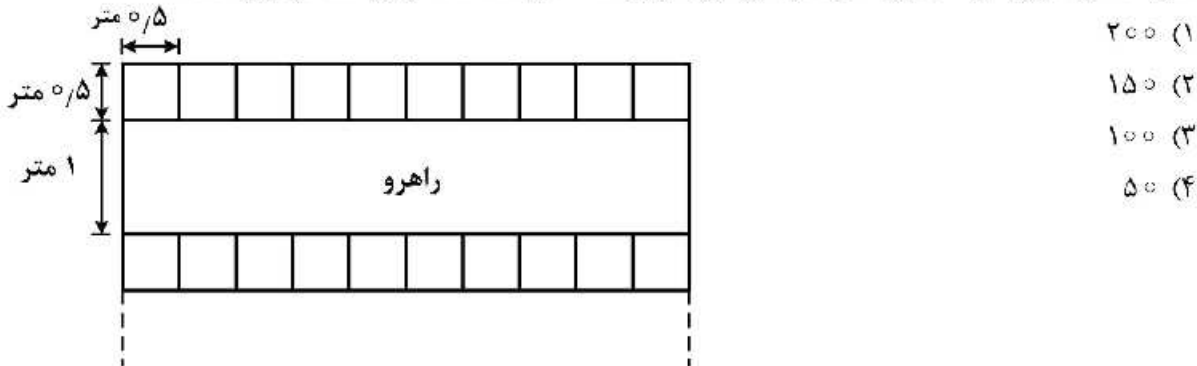
$$(2) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_1$$

$$(1) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_k$$

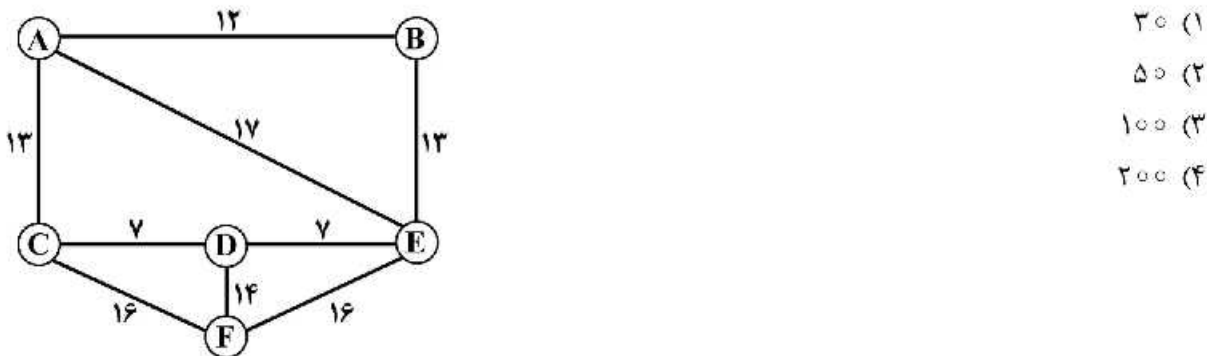
$$(4) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_1$$

$$(3) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_k$$

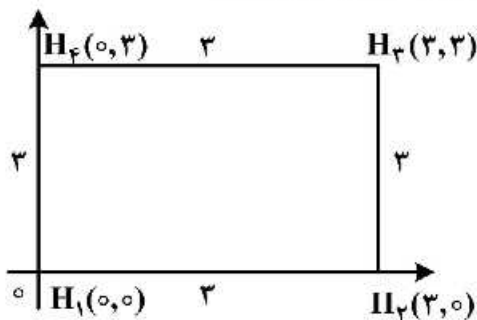
۳۹- قرار است ۴۸۰۰۰ عدد لیوان (حداکثر مقدار موجودی) در کارتن‌هایی با ظرفیت ۴۸ عدد در انباری مطابق شکل زیر نگهداری شود. اگر بتوان هر ۵ کارتن را روی هم چید و مساحت هر کارتن  $۰/۵ \times ۰/۵$  متر و عرض راهروها یک متر باشد و به‌ازای هر ۱۰ جایگاه یک راهرو مورد نیاز باشد، کل مساحت انبار چند مترمربع است؟



۴۰- یک ناحیه جغرافیایی متشکل از ۶ مرکز جمعیتی مفروض است که در شکل زیر راه‌های ارتباطی آن‌ها به همراه فواصل بین‌شان داده شده است. هدف پوشش‌دهی به کلیه نقاط تقاضا با توجه به فاصله پوشش ۱۵ واحدی است. در صورتی که فاصله پوشش ۳۰٪ کاهش یابد، تعداد تسهیلات مورد نیاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟



۴۱- در رأس یک مربع به طول ۳ متر چهار ماشین موجود در نقاط  $H_1$  الی  $H_4$  مستقرند. چنانچه ماشین جدیدی بین ماشین‌های موجود با دو مدل مجذور فاصله مستقیم و مدل خطی شکسته (متعامد) جایابی شود، نقطه بهینه کدام است؟ شدت جاذبه (وزن) بین ماشین‌های موجود با ماشین جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ است.

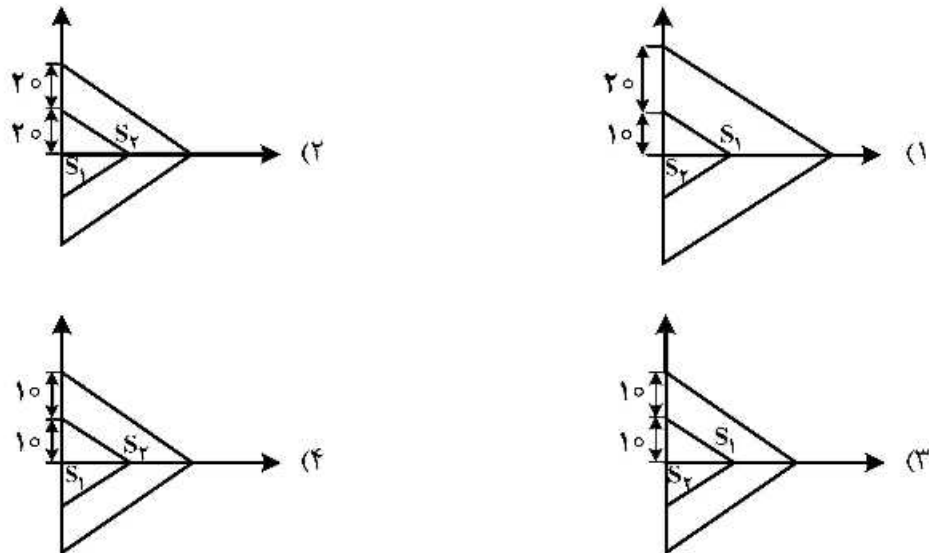


- (۱) مجذور  $(x^* = 1/5, y^* = 2/1)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 3)$  است.
- (۲) با توجه به شرایط مسئله در هر دو حالت برابر با  $(x^* = 1/5, y^* = 1/5)$  است.
- (۳) مجذور  $(x^* = 3, y^* = 3)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 3)$  است.
- (۴) مجذور  $(x^* = 3, y^* = 2/1)$  و خطی شکسته  $(x^* = 0, y^* = 1/5)$  است.

۴۲- شش منطقه جمعیتی در مکان‌های  $P_1(9,18)$ ،  $P_2(9,13)$ ،  $P_3(14,15)$ ،  $P_4(15,15)$ ،  $P_5(10,7)$  و  $P_6(16,6)$  استقرار دارند. هر ۶ نقطه جمعیتی از اهمیت یکسانی برخوردارند. قرار است یک واحد آتش‌نشانی این ۶ منطقه را پوشش دهد. اگر فاصله متعامد در نظر گرفته شود، برای این که مجموعه تراز  $S(k)$  وجود داشته باشد (غیر تهی شود) حداقل مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) ۶٫۵
- (۲) ۸
- (۳) ۹٫۵
- (۴) ۱۰

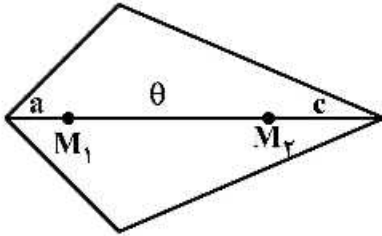
۴۳- چیدمان انباری ناحیه  $L$  از اجتماع ربع اول و چهارم دستگاه مختصات به دست آمده و یک بارانداز در مبدأ دارد. قرار است دو قلم کالا با مساحت  $A_1 = 100$  و  $A_2 = 300$  انبارش شوند. اگر  $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، و انبارش کالاها به صورت پیوسته انجام شود، نحوه چیدمان بهینه، کدام است؟ (فواصل متعامد در نظر گرفته شود)



۴۴- تسهیلات  $P_i$  ( $i = 1, \dots, 10$ ،  $w_i = i$ ) در سطح کارگاهی مستقر شده‌اند. نقطه  $\bar{P}$  به عنوان نقطه‌ای است که از روش مرکز ثقل به عنوان مکان بهینه برای قرار گیری تسهیل جدید در میان تسهیلات موجود تعیین شده است. چنانچه از نقطه  $\bar{P}$  با شیب  $\frac{2}{3}$  به سمت بالا حرکت داشته باشیم و سایه این حرکت بر روی محور  $x$ ها برابر ۱۵ واحد باشد، چه میزان تغییر در مقدار تابع هدف خواهیم داشت؟

- (۱) ۱۷۵۷۸
- (۲) ۱۷۸۷۵
- (۳) ۱۸۷۵۵
- (۴) ۱۸۷۸۵

۴۵- فرض کنید تحت شرایط فاصله متعامد، دو تسهیل  $M_1$  و  $M_2$  در یک راستا و در فاصله  $\theta$  از یکدیگر قرار گرفته‌اند. وزن تسهیل  $M_1$  بیشتر از  $M_2$  بوده و اختلاف اوزان این تسهیلات برابر  $\Delta$  فرض می‌شود. با توجه به شکل زیر که مبین خط تراز به ازای هزینه  $Z_0$  می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$(w_1 - w_2)(a - c) = \Delta\theta \quad (1)$$

$$(w_1 + w_2)(a - c) = (w_1 + w_2)\theta \quad (2)$$

$$(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2)c = \Delta\theta \quad (3)$$

$$(w_1 + w_2)a - (w_1 + w_2)c = \Delta\theta \quad (4)$$





## مشاهده کلید اولیه سوالات آزمون دکتری 1399

کلید اولیه آزمون دکتری سال 1399

به اطلاع می‌رساند، کلید اولیه سوالات که در این سایت قرار گرفته است، غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظرات کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می‌توانید حداکثر تا تاریخ 1399/05/14 با مراجعه به سامانه پاسخگویی اینترنتی (request.sanjesh.org) نسبت به تکمیل فرم "اعتراض به کلید سوالات"/"آزمون دکتری سال 1399" اقدام نمایید. لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط تا تاریخ مذکور و از طریق فرم ذکر شده دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر (نامه مکتوب یا فرم عمومی در سامانه پاسخگویی و ...) یا پس از تاریخ اعلام شده رسیدگی نخواهد شد.

عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
مهندسی صنایع	E	1	مهندسی و فنی

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	1	31	1
2	2	32	2
3	2	33	4
4	4	34	2
5	1	35	3
6	3	36	1
7	3	37	3
8	3	38	4
9	2	39	2
10	4	40	3
11	4	41	1
12	1	42	3
13	3	43	4
14	2	44	2
15	1	45	4
16	2		
17	1		
18	3		
19	1		
20	4		
21	2		
22	3		
23	2		
24	3		
25	4		
26	4		
27	1		
28	2		
29	3		
30	1		

خروج